

博士論文

ブラームスのピアノ変奏曲に見られる数的な関係
—模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列に着目して—

三島 理

*Numerical relations in piano variations of Johannes Brahms
: focusing on intervals and appearing order of variations employing imitation.*

Osamu MISHIMA

聖徳大学大学院音楽文化研究科

2015 年

要旨

ブラームスのピアノ変奏曲に見られる数的な関係
—模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列に着目して—

三島 理

*Numerical relations in piano variations of Johannes Brahms
: focusing on intervals and appearing order of variations employing imitation.*

Osamu MISHIMA

本論文の目的は、ヨハネス・ブラームス Johannes Brahms 1833-1897 のピアノ変奏曲作品の中の諸要素が持っている数的な関係を探り出すことである。本論文において筆者は、数秘学や数象徴を取り扱わず、ブラームス作品における構造の要素間に存在する数的諸関係に光を当てようとする。本論文では、演奏時間の中に見出される可能性がある数的な関係は取り扱わない。

本論文の対象は、ブラームスの独立したピアノ変奏曲全 7 作品である：《シューマンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Robert Schumann* 》op.9 (1854)、《自作主題による変奏曲 *Variationen über ein eigenes Thema* 》op.21-1 (1862)、《ハンガリーの歌による変奏曲 *Variationen über ein ungarisches Lied* 》op.21-2 (1862)、《シューマンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Robert Schumann* 》op.23 (1863)、《ヘンデルの主題による変奏曲とフーガ *Variationen und Fuge über ein Thema von Händel* 》op.24 (1862)、《パガニーニの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Paganini* 》op.35 (1866)、《ハイドンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Joseph Haydn* 》op.56b (1873) である。

音楽と数の関係について取り扱った先行研究では、ロマン派の時代の作品に関する先行研究は、その他の時代の作品に関する先行研究よりも数少ない。対照的に、ルネサンスとバロックの時代の作品に関して、それらは豊富にある。ブラームスはロマン派の時代に、ルネサンスとバロックの時代の音楽を熱心に研究していた。彼が明らかな数的な関係を持つ作品に強い興味を持っていたことは、彼がその作品の中に含まれる数的な関係に関心を抱いていたことを例証している。すなわち、ブラームス自身が変奏曲作品の良い手本として挙げているのは、ヨハン・セバスティアン・バッハ Johann Sebastian Bach 1685-1750 の《アリアと[30の]種々の変奏 *Aria mit [30] verschiedenen Veränderungen* 》BWV988、いわゆる《ゴルトベルク変奏曲 *Goldberg-Variationen* 》BWV988 (1741) である。ブラームスが《ゴルトベルク変奏曲》を入念に研究していたことは、ブラームスの変奏曲作品が数的な関係を持つことを示唆している。《ゴルトベルク変奏曲》に対する彼の強い関心は、彼の作品の中に数的な関係を模索させる。これが、ブラームスのピアノ変奏曲作品におい

て数的な関係を調査する理由である。

《ゴルトベルク変奏曲》に関する多くの先行研究の中で、数的な関係が言及されている。それは、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係である。筆者は、模倣を使用する変奏の模倣の音程を「縦」と、その配列を「横の時間軸」と呼ぶ。《ゴルトベルク変奏曲》は縦と横の数的な関係を持つと解釈する。ブラームスは《ゴルトベルク変奏曲》を変奏曲作品の手本としていたため、ブラームスの変奏曲作品もまた、縦と横の数的な関係を持つ可能性がある。

本論文は以下の 6 章に分かれる。

第 1 章は序論として本論文の目的、対象、方法、関係する先行研究、構成を述べる。

第 2 章の「西洋音楽と数の関係について」では、西洋音楽と数との関係について概観し、続いて西洋音楽の歴史において縦と横の数的な関係が認められるか調査する。

第 3 章の「伝統的音楽技法に対するブラームスの態度」では、一般的なカノン技法、《ゴルトベルク変奏曲》等に対するブラームスの関心を述べる。まず、ブラームスは《ゴルトベルク変奏曲》が変奏曲作品の良い手本となると考えていたことを述べる。筆者は、《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究 Dammann 1986 を参考に、当該作品の縦と横の時間軸との間に数的な関係を見出す。そして、同様の数的な関係をブラームスの変奏曲作品の中に見出せるか調査する。

第 4 章の「音楽諸要素間の数的関係を把握する方法」では、本論文において使用する方法論を述べる。まず、縦と横の数的な関係がシンメトリーという概念で説明できることを明らかにする。すなわち、模倣を使用する変奏の模倣の音程という縦と、その配列という横の時間軸との間に、回転のシンメトリーの関係が見られる。ここで、音程には音程差と音程比という 2 つのアスペクトがある。これらの 2 つのアスペクトを用いて、筆者はブラームス作品を分析する 2 つの方法を提示する。第 1 に、音程差を用いる方法を、DIRS と呼ぶ (DIRS は「模倣の音程差と回転のシンメトリー Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」の略語である.)。第 2 に、音程比を用いる方法を、RIRS と呼ぶ (RIRS は「模倣の音程比と回転のシンメトリー Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」の略語である.)。DIRS によって、模倣を使用する変奏の模倣の音程差という縦と、その配列という横の時間軸との間の数的な関係から、回転のシンメトリーを抽出する。RIRS によって、模倣を使用する変奏の模倣の音程比という縦と、その配列という横の時間軸との間の数的な関係から、回転のシンメトリーを抽出する。

第 5 章の「模倣を使用する変奏における数的な関係」では、上記の 2 つの方法によってブラームスの独立したピアノ変奏曲全 7 作品を分析する。その結果、DIRS による数的な関係は、op.9、op.21-1、op.21-2、op.24、op.35、op.56b の 6 作品に認められる。RIRS による数的な関係は、op.9、op.21-1、op.21-2、op.23、op.24、op.35 の 6 作品に認められる。そして、op.9、op.21-1、op.21-2、op.24、op.35 の 5 作品に、DIRS と RIRS を組み合わせることによって新しい側面を持ったもう 1 つの数的な関係が認められる。さらに、これら 2

つのシンメトリーの方法によってブラームス作品を分析した結果、op.24 と op.35 において、変奏曲作品の主題構成と模倣を使用する変奏の模倣の音程との間に数的な関係を指摘する。

第 6 章の結論は以下の 4 点にまとめられる。

1) ブラームスのピアノ変奏曲作品は、作曲家がそれを創り出すことを意図したのであるうとなかろうと、DIRS と RIRS の数的な関係を持っていた。

2) DIRS と RIRS の数的な関係とは、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間のものであった。

3) これらの数的な関係は、ブラームスが変奏曲に関する作曲の良い手本として入念に研究していた《ゴルトベルク変奏曲》やベートーヴェンの変奏曲に見られる数的な関係に類似したものであった。

4) 従って、ブラームスのピアノ変奏曲作品における数的な関係は、《ゴルトベルク変奏曲》他における数的な関係と同様に非常に重要であると思われた。ロマン派の時代の作曲家達は、過去の音楽における数的な関係と類似性を感じていたのかもしれない。ロマン派の時代の作品に何らかの数的な関係を探り出す必要があった。

さらにこの結果から、筆者は楽曲の数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点を提案した。RIRS は、その対象は比率 ratio としての楽曲全体であるため、楽曲全体を把握しなければその数的秩序を明らかにできない。対照的に DIRS は、その作品の模倣を使用する変奏が何度の模倣の音程差を持っているか、そしてその模倣は上声部への模倣なのか下声部への模倣なのかを見出すことによって、楽曲全体を把握しなくともその数的秩序を明らかにできる。要約すると、RIRS がグローバルな数的関係に基づく一方で、DIRS はローカルな数的関係に基づいていた。そして DIRS を使用すると、数学的な回転のシンメトリーの概念に基づいて作品の数的秩序を予測することができた。

これは、《ゴルトベルク変奏曲》において、作品全体を把握しなくともその数的秩序の予測が可能である事実と良く似ていた。《ゴルトベルク変奏曲》の中の模倣を使用する変奏は、その変奏番号が 3 の倍数である位置に、1 度から 9 度の模倣の音程差の配列を持って配置されている。すなわち、第 3 変奏の模倣の音程差は 1 度、第 6 変奏は 2 度、第 9 変奏は 3 度という具合である。《ゴルトベルク変奏曲》の演奏中にその規則に気付くことができれば、作品全体を把握しなくとも、作品の数的秩序の予測が可能であった。ブラームスのピアノ変奏曲作品と《ゴルトベルク変奏曲》の両者において、数的秩序の予測が可能である事実は、ブラームスが《ゴルトベルク変奏曲》を変奏曲作品の良い手本として挙げていることと符合する。ブラームス作品において筆者は、《ゴルトベルク変奏曲》におけるそれに類似した、数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点を提示した。

Numerical relations in piano variations of Johannes Brahms
: focusing on intervals and appearing order of variations employing imitation.

Osamu MISHIMA

Abstract

The purpose of this dissertation is to find numerical relations that the elements in piano variation works of Johannes Brahms (1833-1897) contain. In this dissertation the author tries to shed light on numerical relations existing among the structural elements in his works, without dealing with numerology or symbolism. The author does not deal with numerical relations that may be found in performance time.

The objects of this dissertation are all of his seven independent piano variation works. Those are *Variationen über ein Thema von Robert Schumann* op.9, *Variationen über ein eigenes Thema* op.21-1, *Variationen über ein ungarisches Lied* op.21-2, *Variationen über ein Thema von Robert Schumann* op.23, *Variationen und Fuge über ein Thema von Händel* op.24, *Variationen über ein Thema von Paganini* op.35, and *Variationen über ein Thema von Joseph Haydn* op.56b.

After surveying the literatures dealing with the relations between music and number, the author discovered that the literatures about works in the Romantic era were fewer than those about works in other ages. In contrast, there are a lot of literatures dealing with the relations between music and number about works in the Renaissance and the Baroque era. Interestingly, although Brahms was a composer in the Romantic era, he studied music in the Renaissance and the Baroque era enthusiastically. The fact that he had great interest in the work containing obvious numerical relations illustrates that he had interest in numerical relations contained in the work. It is exactly *Aria mit [30] verschiedenen Veränderungen* BWV988 of Johann Sebastian Bach (1685-1750), *Goldberg-Variationen* BWV988, that Brahms himself cited as a good example of variation work. The fact that Brahms had elaborately studied *Goldberg-Variationen* suggests that variation works of Brahms contain numerical relations. His strong interest in *Goldberg-Variationen* led the author into trying to grope for numerical relations in works of Brahms. This is the reason that the author tries to investigate numerical relations in piano variation works of Brahms.

In an abundance of literatures on *Goldberg-Variationen*, numerical relations are referred to. It is the numerical relation between intervals and appearing order of variations employing imitation that many people mention. The author terms intervals

of imitation “vertical plane”, and appearing order of variations employing imitation “horizontal temporal plane”. The author interprets that *Goldberg-Variationen* has the numerical relation between vertical plane and horizontal temporal plane. There is possibility that piano variation works of Brahms also have numerical relations between vertical plane and horizontal temporal plane, because he had given *Goldberg-Variationen* as a good example of variation work.

This dissertation is divided into the following six chapters.

In Chapter I the author states the purpose, objects, methods, related literatures, and the general structure of this dissertation as introduction.

In Chapter II, “On the relations between western music and number”, the author surveys the relations between western music and number, and examines whether numerical relations between vertical plane and horizontal temporal plane are recognized in western musical history.

In Chapter III, “On Brahms’s attitude toward traditional musical techniques”, the author mentions Brahms’s interest in canon techniques in general, *Goldberg-Variationen*, etc.. First, the fact that Brahms considered Bach’s *Goldberg-Variationen* a good example for variations is referred to. The numerical relation between vertical plane and horizontal temporal plane is found by the author, referring to Dammann 1986 as a basic literature on *Goldberg-Variationen*. And, the author examines whether similar numerical relations are found in variation works of Brahms.

In Chapter IV, “On the methods for grasping numerical relations among musical elements”, the author explains the methods employed in this dissertation. First, this chapter proves that numerical relations between vertical plane and horizontal temporal plane can be explained in terms of the concept of symmetry. That is to say, numerical relations as rotational symmetry are recognized in the relation between vertical plane as intervals of imitation and horizontal temporal plane as appearing order of variations employing imitation. Here, intervals should be treated from different two aspects. One aspect is degrees of intervals and another aspect is ratio of intervals. Using these two aspects, the author presents two methods for analyzing works of Brahms: firstly, method depending on degrees of intervals is named DIRS method: DIRS (Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry); and secondly, method depending on ratio of intervals is named RIRS method: RIRS (Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry). In terms of DIRS method, rotational symmetry is extracted from the numerical relation between vertical plane as degrees of intervals of imitation and horizontal temporal plane as appearing order of variations employing imitation. In

terms of RIRS method, rotational symmetry is extracted from the numerical relation between vertical plane as ratio of intervals of imitation and horizontal temporal plane as appearing order of variations employing imitation.

In Chapter V, “On numerical relations in variations employing imitation”, the author analyzes all of the seven independent piano variation works of Brahms with two methods proposed in Chapter IV. As a result, the numerical relation as DIRS is recognized in six works of Brahms (op.9, op.21-1, op.21-2, op.24, op.35, and op.56b). The numerical relation as RIRS is recognized in six works of Brahms (op.9, op.21-1, op.21-2, op.23, op.24, and op.35). And, another numerical relation that contains new dimension by combining RIRS with DIRS is recognized in five works of Brahms (op.9, op.21-1, op.21-2, op.24, and op.35). Moreover, after analyzing works of Brahms with these two symmetry-related methods, the author points out the numerical relation between the theme’s sectional structures of variation works and intervals of variations employing imitation in op.24 and op.35.

Chapter VI, the conclusion, is summarized in the following four points.

1) Piano variation works of Brahms had numerical relations named DIRS and RIRS, whether the composer had intended to create them or not.

2) These numerical relations named DIRS and RIRS were between intervals and appearing order of variations employing imitation.

3) These numerical relations were similar to those in Bach’s *Goldberg-Variationen* and Beethoven’s variations, which Brahms had elaborately studied as good examples of composition about variation works.

4) Therefore, numerical relations in piano variation works of Brahms seemed to be as extremely important as numerical relations in Bach’s *Goldberg-Variationen* etc.. The composers in the Romantic era might feel similarity with numerical relations in music of the past. It was necessary to find out some numerical relations in works in the Romantic era.

Moreover, from the above-mentioned results, the author suggested the new aspect of musical interpretative way that might enhance the possibility of predicting numerical orders. In terms of RIRS method, we could not understand any numerical order without grasping a whole of a work: for RIRS method was based on a whole of a work as ratio. In contrast, in terms of DIRS method, we could extract some numerical order without grasping a whole of a work: for DIRS method was based on discovering how many degrees of intervals of imitation were contained in the variations, and whether the variations had imitation to the higher register or imitation to the lower register. In sum,

DIRS method was based on local numerical relations, while RIRS method was based on a global numerical relation. And, in terms of DIRS method, we could predict numerical orders of the work based on the concept of mathematical rotational symmetry.

This was similar to the fact that we could predict the work's numerical orders without grasping a whole of the work in Bach's *Goldberg-Variationen*. Variations employing imitation in *Goldberg-Variationen* appeared in position where the variation numbers were multiples of three, in the order by degrees of intervals of imitation from unison to ninth: the degree of interval of imitation in each variation is as follows: the 3rd variation: unison, the 6th variation: the second, the 9th variation: the third, and so on. If we could discover this rule of variations employing imitation in the performance, we could predict numerical orders without grasping a whole of the work in *Goldberg-Variationen*. The fact that we could predict numerical orders in both piano variation works of Brahms and Bach's *Goldberg-Variationen* agreed with the fact that Brahms himself cited Bach's *Goldberg-Variationen* as a good model of variation work. Thus, in works of Brahms, the author could present the new aspect of musical interpretative way that enhanced possibility of predicting numerical orders, which were similar to those in Bach's *Goldberg-Variationen*.

凡例

【本文】

- ・ 人名は原則として初出時にカタカナで姓名、原綴と生没年を併記する。
- ・ 外国語の作品名の邦訳は、原則的に『ニューグローヴ世界音楽大事典』（1994-1995 柴田 南雄；遠山 一行（編）東京：講談社。）に従う。

【括弧記号】

- ・ 本文中の《 》は作品名を、『 』は書名を表す。
- ・ [] は原則的に筆者による補足を表す。

【注釈】

- ・ 本文に関する補記は、注釈に記す。
- ・ 注釈は章ごとに後注とする。
- ・ 注釈番号は章ごとの通し番号とする。

【引用】

- ・ 本文中での引用、または言及した文献は、本文中でその出典を示す。
- ・ 本文中の参考文献の表記は、洋書・和書とも「著者、初版発行年、引用箇所」を記す。
- ・ 外国語文献を引用する場合は、日本語訳として出版された参考文献を用いる際には著者名をカタカナ表記に、筆者の邦訳を用いる際には著者名を原綴にして記す。

【参考文献】

- ・ 本文および注釈で引用、または言及した文献・資料・楽譜は、巻末の参考文献に収録する。
- ・ 参考文献表では、「著者、初版発行年、書名、出版地、出版社」を記す。
- ・ 文献の配列は、洋書は著者の名前のアルファベット順、和書は著者の名前の五十音順とする。
- ・ 和書の発行年は、原則として西暦で表記する。

【譜例】、【表】、【図】と【写真】

- ・ 本文中、譜例などを参照すべき箇所は番号で指示する。
- ・ 譜例などの番号は、章ごとに通し番号とする。

| | |
|--------------------------------------|--------------|
| 目次 | ・・・・・・・・ ページ |
| 第 1 章 序論 | ・・・・・・・・ 1 |
| 1-1. 本論文の目的 | ・・・・・・・・ 1 |
| 1-2. 対象と方法 | ・・・・・・・・ 2 |
| 1-3. 本論文の目的と関係する 3 つの先行研究 | ・・・・・・・・ 2 |
| 1-4. 本論文の構成 | ・・・・・・・・ 3 |
| 第 2 章 西洋音楽と数の関係について | ・・・・・・・・ 5 |
| 2-1. 分析者の見方と作曲者の意図 | ・・・・・・・・ 5 |
| 2-2. 概観 | ・・・・・・・・ 6 |
| 2-2-1. 16 世紀以前 | ・・・・・・・・ 7 |
| 2-2-2. 17-19 世紀 | ・・・・・・・・ 9 |
| 2-2-3. 20 世紀 | ・・・・・・・・ 14 |
| 2-3. 音楽における「横」と「縦」 | ・・・・・・・・ 15 |
| 2-3-1. 「横」の思考・「縦」の思考 | ・・・・・・・・ 15 |
| 2-3-1-1. 「横」の思考 | ・・・・・・・・ 15 |
| 2-3-1-2. 「縦」の思考 | ・・・・・・・・ 17 |
| 2-3-1-2-1. 「縦」を音程比として見ること | ・・・・・・・・ 18 |
| 2-3-1-2-2. 「縦」を音程差として見ること | ・・・・・・・・ 21 |
| 2-3-2. 「横」と「縦」の関係 | ・・・・・・・・ 22 |
| 2-3-2-1. 模倣を使用する楽曲における「横」と「縦」の関係 | ・・・・・・・・ 22 |
| 2-3-2-1-1. 「縦」を音程差として見た場合の「横」と「縦」の関係 | ・・・・・・・・ 22 |
| 2-3-2-1-2. 「縦」を音程比として見た場合の「横」と「縦」の関係 | ・・・・・・・・ 28 |
| 2-3-2-2. まとめ | ・・・・・・・・ 34 |
| 2-4. まとめ | ・・・・・・・・ 34 |
| 第 3 章 伝統的音楽技法に対するブラームスの態度 | ・・・・・・・・ 42 |
| 3-1. 概観 | ・・・・・・・・ 42 |
| 3-2. ブラームスによる古典対位法の研究 | ・・・・・・・・ 45 |
| 3-3. ブラームスによるカノンの研究 | ・・・・・・・・ 46 |
| 3-3-1. カノンの音程 | ・・・・・・・・ 47 |
| 3-3-2. カノンに見られる「縦」と「横」 | ・・・・・・・・ 49 |
| 3-3-3. カノンの技術 | ・・・・・・・・ 51 |
| 3-3-4. まとめ | ・・・・・・・・ 52 |
| 3-4. 伝統的音楽技法を含む特定の作品に対するブラームスの態度 | ・・・・・・・・ 52 |

| | |
|--|-----|
| 3-4-1. ブラームスと《ゴルトベルク変奏曲》との諸関係 | 52 |
| 3-4-1-1. ブラームスの変奏曲と《ゴルトベルク変奏曲》の関係 | 52 |
| 3-4-1-2. ブラームスの《ゴルトベルク変奏曲》などへの言及 | 54 |
| 3-4-1-3. 《ゴルトベルク変奏曲》に関する過去の数的な研究 | 55 |
| 3-4-1-3-1. 《ゴルトベルク変奏曲》と数 | 56 |
| 3-4-1-3-2. 《ゴルトベルク変奏曲》とベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》との関連 | 59 |
| 3-4-2. まとめ | 60 |
| 3-5. まとめ | 60 |
| 第4章 音楽諸要素間の数的関係を把握する方法 | 64 |
| 4-1. 音楽におけるシンメトリーについて | 64 |
| 4-1-1. 用語の定義 | 64 |
| 4-1-2. 主題の変形におけるシンメトリー | 64 |
| 4-1-3. まとめ | 68 |
| 4-2. 本論文における分析の方法論 | 68 |
| 4-2-1. 「回転のシンメトリー」 | 68 |
| 4-2-2. 変奏のユニットによる変奏の数え方 | 70 |
| 4-2-2-1. op.9 | 74 |
| 4-2-2-2. op.21-1 | 74 |
| 4-2-2-3. op.21-2 | 75 |
| 4-2-2-4. op.23 | 77 |
| 4-2-2-5. op.24 | 77 |
| 4-2-2-6. op.35 | 79 |
| 4-2-2-7. op.56b | 82 |
| 4-2-3. 複数の尺度による変奏の数え方 | 83 |
| 4-3. まとめ | 86 |
| 第5章 模倣を使用する変奏における数的な関係 | 89 |
| 5-1. 模倣を使用する変奏の配置 | 91 |
| 5-1-1. 模倣を使用する変奏とは | 91 |
| 5-1-2. 模倣を使用する変奏の把握 | 93 |
| 5-1-2-1. op.9 | 94 |
| 5-1-2-2. op.21-1 | 98 |
| 5-1-2-3. op.21-2 | 100 |
| 5-1-2-4. op.23 | 102 |

| | |
|-----------------------------------|---------------|
| 5-1-2-5. op.24 | ・ ・ ・ ・ ・ 103 |
| 5-1-2-6. op.35 | ・ ・ ・ ・ ・ 104 |
| 5-1-2-7. op.56b | ・ ・ ・ ・ ・ 107 |
| 5-2. DIRS: 「模倣の音程差と回転のシンメトリー」 | ・ ・ ・ ・ ・ 113 |
| 5-2-1. バッハの影響があるとされる 4 作品の検討 | ・ ・ ・ ・ ・ 114 |
| 5-2-1-1. op.9 | ・ ・ ・ ・ ・ 114 |
| 5-2-1-2. op.21-1 | ・ ・ ・ ・ ・ 118 |
| 5-2-1-3. op.21-2 | ・ ・ ・ ・ ・ 118 |
| 5-2-1-4. op.24 | ・ ・ ・ ・ ・ 120 |
| 5-2-2. op.23、op.35、op.56b の検討 | ・ ・ ・ ・ ・ 125 |
| 5-2-2-1. op.23 | ・ ・ ・ ・ ・ 125 |
| 5-2-2-2. op.35 | ・ ・ ・ ・ ・ 126 |
| 5-2-2-3. op.56b | ・ ・ ・ ・ ・ 129 |
| 5-2-3. まとめ | ・ ・ ・ ・ ・ 132 |
| 5-3. RIRS: 「模倣の音程比と回転のシンメトリー」 | ・ ・ ・ ・ ・ 132 |
| 5-3-1. op.9 | ・ ・ ・ ・ ・ 133 |
| 5-3-2. op.21-1 | ・ ・ ・ ・ ・ 138 |
| 5-3-3. op.21-2 | ・ ・ ・ ・ ・ 139 |
| 5-3-4. op.23 と op.24 | ・ ・ ・ ・ ・ 141 |
| 5-3-4-1. op.23 と op.24 の数的な構造の類似性 | ・ ・ ・ ・ ・ 141 |
| 5-3-4-2. op.23 | ・ ・ ・ ・ ・ 144 |
| 5-3-4-3. op.24 | ・ ・ ・ ・ ・ 145 |
| 5-3-5. op.35 | ・ ・ ・ ・ ・ 149 |
| 5-3-6. op.56b | ・ ・ ・ ・ ・ 154 |
| 5-3-7. まとめ | ・ ・ ・ ・ ・ 154 |
| 5-4. まとめ | ・ ・ ・ ・ ・ 154 |
| 第 6 章 結論 | ・ ・ ・ ・ ・ 164 |
| 参考文献 | ・ ・ ・ ・ ・ 169 |
| Appendix① | ・ ・ ・ ・ ・ 183 |
| Appendix② | ・ ・ ・ ・ ・ 186 |
| Appendix③ | ・ ・ ・ ・ ・ 189 |
| Appendix④ | ・ ・ ・ ・ ・ 196 |

第1章 序論

1-1. 本論文の目的

本論文の目的は、ブラームス、ヨハネス Brahms, Johannes 1833-1897 のピアノ変奏曲作品の中の諸要素が持っている数的な関係を探り出すことである。本論文において筆者は、数秘学や数象徴を取り扱わず、ブラームス作品における構造の要素間に存在する数的諸関係に光を当てようとする。本論文では、演奏時間の中に見出される可能性がある数的な関係は取り扱わない。

中世、ルネサンス、バロック、古典派、ロマン派、近現代の各時代の作品に関して、音楽作品と数の関係を調べると、ロマン派の時代の作品に関するそうした先行研究は数少ないことが分かる。対照的に、ルネサンスとバロックの時代の作品に関しては、音楽と数の関係について取り扱った先行研究が豊富にある。興味深いことに、ブラームスはロマン派の時代の作曲家であるが、ルネサンスとバロックの音楽を熱心に研究していた。そこから、ブラームスにおいて音楽と数の関係を考える重要性が現れてくる。本論文ではその 1 つの可能性を指摘することになる。

筆者がブラームスのピアノ変奏曲作品の中の、模倣を使用する変奏に注目し、その模倣の音程と配列という数的要素に着目してそれらの間の数的な関係を考察する理由は次の通りである。

ブラームスが明らかな数的な関係を持つ作品に強い興味を持っていたことは、彼がその作品の中に含まれる数的な関係に関心を抱いていたことを例証するものである。すなわち、ブラームス自身が変奏曲作品の良い手本として挙げているのは、バッハ、ヨハン・セバスティアン Bach, Johann Sebastian 1685-1750 の《アリアと [30 の] 種々の変奏 *Aria mit [30] verschiedenen Veränderungen*》BWV988、いわゆる《ゴルトベルク変奏曲 *Goldberg-Variationen*》BWV988 (1741) である。筆者は、《ゴルトベルク変奏曲》が模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係を持っていると解釈する。ブラームスが《ゴルトベルク変奏曲》を入念に研究していたことは、ブラームスの変奏曲作品がそれに類似した数的な関係を持つことを示唆している。ブラームスの変奏曲作品においても、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係を模索することが必要である。

また、ブラームスは独立したピアノ変奏曲作品を書き始めた時期に、ヴァイオリニストであり作曲家であったヨアヒム、ヨーゼフ Joachim, Joseph 1831-1907 との間に対位法課題の書簡の往復を行っていた。その研究の中心はカノンであり、ブラームスはカノンの音程にも注意を払っていたと見られる。カノンを含めた模倣を使用する楽曲はシンメトリーという数学的思考によって説明することができる。《ゴルトベルク変奏曲》において見られた、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係もまた、シンメトリーという数学的思考によって説明することができる。ブラームスの変奏曲作品においても、

模倣の音程と、シンメトリーという数学的思考に着目することが必要になる。そして、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的なシンメトリーの関係を模索することができる。

ブラームスの変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏において、その模倣の音程とその配列との間に数的なシンメトリーの関係を見出すというのが本論文の具体的な目標である。すなわち、模倣の音程という「縦」と、その変奏の配列という「横の時間軸」との間に数的なシンメトリーの関係を見出す。

1-2. 対象と方法

本論文の対象は、ブラームスの独立したピアノ変奏曲全 7 作品である。すなわち、《シューマンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Robert Schumann*》op.9 (1854)、《自作主題による変奏曲 *Variationen über ein eigenes Thema*》op.21-1 (1862)、《ハンガリーの歌による変奏曲 *Variationen über ein ungarisches Lied*》op.21-2 (1862)、《シューマンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Robert Schumann*》op.23 (1863)、《ヘンデルの主題による変奏曲とフーガ *Variationen und Fuge über ein Thema von Händel*》op.24 (1862)、《パガニーニの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Paganini*》op.35 (1866)、《ハイドンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Joseph Haydn*》op.56b¹ (1873) である。以下、作品番号のみで表示する。

本論文の方法を述べる。

まず、《ゴルトベルク変奏曲》において見出されるような縦の音程と横の時間軸との関係、すなわち「縦と横の関係」を数的関係として一般化して考える。「縦と横の関係」の「縦」の音程を、音程差として見た場合と音程比として見た場合を考察する。そうした数的な関係性が西洋音楽の歴史において認められるかを検討する。

次に、この数的な関係性が、シンメトリーという概念で表すことができることを述べる。そして、このシンメトリーの概念を使用する分析方法を提示する。

第 1 の分析方法は、1)「模倣の音程差と回転のシンメトリー Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」である（以下、DIRS と略す）。第 2 の分析方法は、2)「模倣の音程比と回転のシンメトリー Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」である（以下、RIRS と略す）。

本論文ではこの 2 つの分析方法によって、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の、模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏を分析する。

1-3. 本論文の目的と関係する 3 つの先行研究

筆者の研究において思考の枠組みを見出す際に有益な刺激を与えた先行研究は以下の 3 つである。本論文の各章において多くの先行研究を述べるが、本論文の目的との関係性で挙げるものは以下の 3 つである。

まず Hinz 2001 を挙げる。この研究の中でブラームス作品の小節数から見た黄金分割の分析が行われている。これは、ブラームス作品において数的な関係を探求している先行研究と言える。この研究は筆者に刺激を与えた最初の研究である。

そして、ブラームスが変奏曲の手本として挙げているバッハの《ゴルトベルク変奏曲》に関する研究は多くあるが、その中で特に音楽学者ダンマン、ロルフ Dammann, Rolf 1929-の研究 (Dammann 1986) を挙げる。筆者はこの研究の中に、縦の音程と横の時間軸との間の数的な関係を読み取る。

続いて、対象はバルトーク、ベーラ Bartók, Béla 1881-1945 であるが、柴田、南雄 1916-1996 の黄金分割の研究 (柴田 1967) がある。この研究では、バルトーク作品において黄金分割の比率が横の時間軸と縦の音程の両方で等しく行われていることが指摘される。音楽の中で、数的関係を横の時間軸から縦の音程に上げたと捉えられるだろう。

1-4. 本論文の構成

本論文の構成を以下に述べる。

第 1 章は序論として本論文の目的、関係する先行研究、対象、方法、構成を述べる。

第 2 章は「西洋音楽と数の関係について」とする。まず作品の分析を行うに当たり、分析者の見方と作曲者の意図の関係について 1 つの考え方を提示し、本論文における叙述の姿勢を明確にする。そして、西洋音楽と数との関係について概観し、続いて西洋音楽の歴史において「横と縦の関係」という数的な関係が認められるか検討する。

第 3 章は「伝統的音楽技法に対するブラームスの態度」とし、一般的なカノン技法、《ゴルトベルク変奏曲》等に対するブラームスの態度を述べる。そして、特にブラームスが変奏曲の手本とした《ゴルトベルク変奏曲》における「縦と横の関係」などの数的な関係について詳細に検討し、同様の方法を使ってブラームス作品を分析することを明確にする。

第 4 章は「音楽諸要素間の数的関係を把握する方法」とし、本論文において使用する方法論を述べる。「縦と横の関係」という数的な関係がシンメトリーという概念で説明することができることを明らかにする。そして、そのシンメトリーの概念に則ってブラームス作品を分析する筆者の 2 つの分析方法を述べる。それらは、1) DIRS「模倣の音程と回転のシンメトリー」と 2) RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」である。

第 5 章は「模倣を使用する変奏における数的関係」とし、第 4 章で述べた 2 つの分析方法によって実際にブラームス作品を分析し、その結果を示す。さらに、その結果から言及できることもまたこの章にて述べる。

第 6 章はそうした分析結果から結論を述べる。そして、その結論から導き出される本論文の発展性についても言及する。

¹ ブラームスの op.56b の主題は、おそらくハイドン、ヨーゼフ Haydn, Joseph 1732-1791 によるものではない。今日、その主題は聖アントニー St Anthony の主題と呼ばれている

(Bozarth; Frisch 2001: 195.; 204.)。しかし本論文では、ブラームスの表記に従う。

第2章 西洋音楽と数の関係について

この章ではまず作品の分析を行うに当たり、分析者の見方と作曲者の意図の関係について提示し、本論文における叙述の姿勢を明確にする。そして、西洋音楽と数の関係について概観し、続いてその範囲を音楽における「横と縦」というトピックに限定して考察する。「縦」の性質を音程に見出し、「横」の時間軸との関係を、「縦の音程」を音程比として見た場合と音程差として見た場合の両方の実例を挙げて考察する。

2-1. 分析者の見方と作曲者の意図

西洋音楽と数について概観する前に、この項では分析者の見方と作曲者の意図の関係について、ある1つの観点を述べようと思う。筆者は、音楽作品の分析と作曲者の意図の関係についてこの観点が重要であると捉え、ブラームス作品においてもそれを適用できると考える。

“Intentional fallacy 意図についての誤謬”という考え方は、1946年に Beardsley, Monroe C. と Wimsatt, William K. によって唱えられた (Beardsley; Wimsatt 1946)。その目的は、文芸作品を評価する時に作者の意図を参照することを否定する、ということである。つまり、この考え方は「詩人の実行することを判断するためには、我々はその詩人の意図することを知らなければならない (Beardsley; Wimsatt 1954: 4.)」ということ否定することであり、そしてその意図とは、「作者の心の中の設計図やプラン」と理解される (Lyas 1992: 230.)。以下、Lyas 1992を参考に、この考え方を述べる。

この考え方は当初より広い理念で捉えられ、作者についての伝記や心理学的な研究である「個人的な研究」は「詩の研究」から区別されるべきであると考えられた。つまり、芸術作品とその作者は2つの別々のものであり、批評家は前者にのみ関心を持つべきである、と考えられた (Lyas 1992: 230.)。

そして、この“Intentional fallacy 意図についての誤謬”は、2つの仮説に達した。

1つ目の仮説は、文芸作品という公的で客観的なものと、その作者の心という私的なものは2つの別々のものである、ということである (Lyas 1992: 230.)。

2つ目の仮説は、1つ目の仮説を認めるのならば、文芸作品の批評という仕事は作品のみを対象とするべきでそれ以外はない、そしてその作者への言及は無意味なものになる、というものである (Lyas 1992: 230.)。

1つ目の仮説から、次のような問題が生じる。作者の意図が心の中の私的な出来事であるならば、その知識は危険なものである。個人の心については他者が理解することは不可能ではないか、という問題である (Lyas 1992: 231.)。

しかし、それに代わるもう1つの見方もまた存在する。それは、作者の行為や行動に現れているものの中に、それを通じて作者の意図を理解するということである。すなわち「意図が私的な心の中に閉じ込められていることをやめて、行為の中に姿を見せる (Lyas 1992: 231.)」ことである。

Lyas は次のように述べている。

Beardsley と Wimsatt が強調しているように、作者は、作者の意図を最もよく表している情報源ではない。しかし、意図についての作者の主張は無視しなければならないということは、我々が、その作品自体に現れている作者の意図の証拠を無視しなければならないことにはならない (Lyas 1992: 231. 邦訳：三島.)。

このように、“Intentional fallacy 意図についての誤謬” の考え方では、作品の分析こそが重要であり、その作品の分析から、作者が意図したことを逆算することが可能であるとされている。そこでは、作者自身の言及は考慮されない。

詩における“Intentional fallacy 意図についての誤謬” では、統語論と意味論、文法と辞書による詩の意味の「内的な」証拠と、言語的事実としての作品の一部ではないところの、作者の手紙や日記といった「外的な」証拠との間の区別がある (Lyas 1992: 231.)。

詩を音楽に置き換えてみよう。音楽作品の楽譜という公的、客観的な「内的な」証拠と、作曲者の書簡といった「外的な」証拠は区別されていなければならない。しかし、音楽作品の中に現れている作曲者の意図の証拠は、無視する必要はない。

筆者がこの考え方に賛同する理由は、作曲家が意図したことを作曲家自身の発言から類推するよりも、その作品そのものを分析することによって理解する方が望ましいと考えるからである。というのは、作曲家自身が常に自分の考えを公にしているとは考えにくく、またそうした発言の真意を後世の者が判断することは容易ではない。そうした情報源よりも、作品という公的なものを対象に分析した方が作曲家の意図したことにより近付くのではないかと考えるからである¹。

この考え方に従えば、筆者がブラームス作品を分析することによって、作曲者が意図したことを逆算し、類推することは可能であろう。ブラームス作品を分析することによってそこに数的な関係を見出すことができれば、ブラームス自身が数的な関係を意識して用いたという文献などからの確証が取れなくとも構わない²。この考え方には批判もあろうが、この立場からブラームス作品を分析し、明らかになることもあるだろう。

2-2. 概観

ブラームス作品における数の概念を考察する前に、本項では西洋音楽の歴史における数的な関係の取り扱いを概観する。

歴史的に西洋音楽と数が結びついていることは自明の理であり³、特にその音程関係における数的な思考は古代ギリシャ時代に遡る。本項では西洋音楽と数の概観を 16 世紀以前 (ルネサンス期以前)、17-19 世紀 (バロック、古典派、ロマン派の時代)、20 世紀 (近現代) の 3 つの時期に分けて考える。グラウト; パリスカ 1998、ヒューズ 1984、Tatlow; Griffiths 2001 などを参考に西洋音楽と数について概観する。

2-2-1. 16 世紀以前

この項では、ルネサンス期以前の西洋音楽と数の取り扱いについて考察する。まず、古代ギリシャ時代について検討する。

古代ギリシャ時代において、音楽は数学的な芸術と考えられていたことは明白である。紀元前 6 世紀後半に活動し、古代ギリシャ人が自らの音楽理論の始祖としていたとされるピュタゴラス Pythagoras は、音程を数比に基づいて考察していた。数学的に秩序づけられた音程は、宇宙の調和を示し、宇宙の秩序の形成原理としてのハルモニア harmonia の概念を実現するものと見なされた。ギリシャの思想家の中のプトレマイオス、クラウディオス Ptolemaios, Klaudios c. 2C は、音楽が天文学とも密接に結びついていると考えていた。彼は『音組織論 *Harmonika*』の中で、音楽理論上の問題と天体の運動とを結びつけて論じた。この考え方については、次のように指摘されている。「数学的な法則は音程組織と天体組織の基礎と考えられており、或る旋法や、場合によっては或る音は、特定の惑星、それら相互の距離、それらの運動と対応関係があると信じられていた（グラウト；パリスカ 1998: 21.）」。

音程のうち、早くから協和音程として認められていたものは、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度の音程である。このことはすなわち、弦やモノコルドの長さを区切った時、全体と部分との比が 2 : 1 という単純な比の時は完全 8 度、3 : 2 では完全 5 度、4 : 3 では完全 4 度に響くことに由来している。

音楽と数が密接に結びついていた古代ギリシャ時代において、弦やモノコルドの長さを 2 : 1、3 : 2、4 : 3 という単純な比で分割した時、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度という協和音程を得られると考えられていたことは、非常に重要であると思われる。このような音程関係における数学的思考は、音楽における数学的思考の基礎となるものであろう⁴。

続いて、中世における西洋音楽と数の取り扱いについて見る。

中世において最も尊敬され影響力のあった音楽の権威は、ボエティウス、アニキウス・マンリウス・セウェリヌス Boethius, Anicius Manlius Severinus c. 480- c. 524 であった。彼が 6 世紀初めに書いた『音楽教程 *De institutione musica*』は、数学的四学科 quadrivium すなわち数論、音楽、幾何学、天文学、の中の音楽に関する手引書であり、学生が哲学の研究のために予備的な訓練をするものであった。この音楽論はギリシャのプトレマイオスなどの原典を編纂したものであり、その中にボエティウス自身の考えはほとんど見られない（グラウト；パリスカ 1998: 50.）。この音楽論について、次のように指摘されている。「ほとんどの読者がそこに読み取った主張は、音楽が数の学問であり、旋律中の音程、協和音程、音階の組み立て、楽器や声の調律が数比によって決定されるということであった（グラウト；パリスカ 1998: 50-51.）」。

では、ボエティウス自身による協和音程の数比の概念を『音楽教程』より以下に引用しよう。ボエティウスは、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度の協和音程がそれぞれ 2 : 1、3 : 2、4 : 3 という数学的比率によって構成されることを明言し、図解して示している。

1 オクターヴ *diapason* の協和は、このような [図で示した「1:2」すなわち 1/2 のような] *duple* の比率の中で作られるものである。完全 5 度の音程 *diapente* は、これらの数字 [図で示したような「2:3」すなわち 2/3、*sesquialter*] で成り立つものである。完全 4 度の音程 *diatessaron* は、このような比率 [図で示したような「3:4」すなわち 3/4、*sesquitertia*] の中に見出されるものである (Boethius 1989: 22-23. 英訳: Bower. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

以上のように、中世の時代においても音楽と数学は切り離せない関係にあったことは明らかであろう。数学的四学科を学んだ者は、音楽の本質を数学的に捉えていたと考えられる。音楽は数の学問であり、音程が数比によって決定されることが認められていたと言えよう。そして、単純な比によって構成される協和音程として、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度の音程を見出すことができる。

また、中世とそれ以降の時代の音楽の位置付けについて、次のことが指摘されている。すなわち、中世の時代やその後の時代において、音楽理論を理解することは実際に音楽を演奏することよりも比重が高く、音楽の実践よりもその理論を優先させていた、ということである (ヒューズ 1984: 27.)。これは、数学的四学科の中の 1 つの学問として音楽を学んでいたことを表すものであり、音楽と数学との強い結びつきを示すものでもあろう。

続いて、ルネサンス期における西洋音楽と数の取り扱いについて見る。

15 世紀に入り、ルネサンスの時代となる。ルネサンスのモットー—明晰さ、均衡、節度、即ち、中庸—は、古代から導き出されたものである (ヒューズ 1984: 148-149.)。ルネサンス期における音楽について、次のように指摘されている。「芸術上、中世の人々が楽しんだような象徴表現や数学的なアプローチが失われてしまったわけではない。というのも、ルネサンスは、私達が想像する以上に前の時代に依存していたからである。しかしルネサンスでは、内容の温和で自然な様子が第一義的なものであり、技巧というものは、それに従属すべきことだった。芸術作品は、そこにどのような秘められた意味を伝える意図があったにしても、何よりも先ず楽しいものでなければならなかった (ヒューズ 1984: 149.)」。

このように、ルネサンスの時代にも中世の時代と同様に数学的なアプローチが見られるが、それは第一義的なものではなかったとされている。この時代には音楽の実践がより重視されていたことが認められよう。

ルネサンス期の協和音程に関しては、ザルリーノ、ジョゼッフォ *Zarlino, Gioseffo* 1517-1590 らによって純正律が擁護された。純正律とは、完全協和音程の 2:1 の完全 8 度、3:2 の完全 5 度、4:3 の完全 4 度、とともに、5:4 の長 3 度、6:5 の短 3 度という単純な比で表される音律である。

これまでの考察をまとめる。16 世紀までの音楽について、音楽が数学と深く結びついていたことを指摘することができる。特にその音程関係において、完全 8 度、完全 5 度、完全 4 度、長 3 度、短 3 度の音程が、それぞれ 2:1、3:2、4:3、5:4、6:5 という単純な

数学的比率によって構成される、と解釈されるようになったことを歴史的に認めることができる。音楽と数学との結びつき、とりわけその音程関係における数学的思考は、これらの時代の音楽の大きな特徴と捉えられるだろう。

2-2-2. 17-19 世紀

この項では、Tatlow; Griffiths 2001 などを参考に、17-19 世紀（バロック、古典派、ロマン派の時代）の西洋音楽と数の取り扱いについて考察する。

17 世紀は、音楽が科学から芸術に変わり、そして科学が理論から実践に変わっていく分岐点とされている（Wollenberg 2003: 3.）。

バロック時代の音楽の中で数字を使用する技術については、どのようなことが指摘されているのだろうか。バロック時代のアイディアを生み出す一般的な方法は、ars combinatoria アルス・コンビナトリア（組み合わせの技法）であると思われていた（Tatlow 2001: 232.）。アルス・コンビナトリアとは、「18 世紀の音楽理論家によって作曲の際に旋律の多様性を得る方法として教えられていた、数学に由来する順列組み合わせの技法（グラウト; パリスカ 1998: 687.）」のことである。

このように、バロック時代において、作曲の一般的な方法として数学に由来する順列組み合わせの技法が使われていたことを指摘することができる。これは、バロック時代の音楽に数が使われていたことを示唆している。

バロック時代の音楽と数について筆者が特に注目するのは、バッハ、ヨハン・セバスティアンの弟子であり音楽理論家・作曲家のミツラー、ロレンツ・クリストフ Mizler, Lorenz Christoph 1711-1778 と、同じく音楽理論家・作曲家のマッテゾン、ヨハン Mattheson, Johann 1681-1764 との間の音楽と数についての討論である。この討論は音楽と数について論じる際にしばしば取り上げられる（Franklin 2003; Tatlow 2001）。以下に記す。

マッテゾンは『完全なる楽長 *Der vollkommene Capellmeister*』（1739）の中の「音楽上の数学について Von der musikalischen Mathematik.」の項目で、次のように記している。

音楽において数学は何の手助けにもならないという意見は間違いであり、そしてそのことはよい解説が必要である（Mattheson 1999: 19. 邦訳: 三島）⁵。

我々はこのような[次のような]ジレンマの間にいる。1つ目の疑問がある：有能な音楽家であることを望む人のうちの一人は、数学を通してそこに達しなければならないのかどうか。もう1つの疑問は次のようなものである：人は、計量の技法の基礎的な知識なしでは、優秀な作曲そして音楽づくりができないのかどうか。ある誰かは、1つ目の疑問にはイエス、2つ目の疑問にはノーと言い、古い、そして新しい経験による彼の目、耳、手に対して、全ての人に共通した感覚に対して反論し、彼

が持っていることをどのような理解が受け取るかを通じた、たった 1 つのドアを閉ざす。これに対して別の人は、1 つ目の疑問にはノー、2 つ目の疑問にはイエス、すなわち数学が音楽の心と魂ではありえない、と言う (Mattheson1999: 21. 邦訳: 三島. [] は筆者による。) ⁶。

マッテゾン、数学は音楽の心と魂ではなく音楽の手段であり、音楽は数学の一部であると主張している。それに対して、ミツラーは、数学は音楽の心で魂であると主張している (Franklin 2003: 235.)。ミツラーは次のように述べる。

小節、リズム、音楽作品の部分の比率などが全て計測されなければならないということは、疑いがない。(中略) 譜面と他の記号は音楽の中のただの補助道具で、心と魂は旋律と和声のほどよい比率である。人は、それがはっきりと鳴り響く大きさであることを認めなければならないのだから、[数学が] 音楽の心でも魂でもないと言うことは馬鹿げている (Mizler 1966: 55. 邦訳: 三島. [] は筆者による。) ⁷。

バッハが、1738年にミツラーによって設立された音楽学術交流会 *Societät musicalischen Wissenschaften* のメンバーになった際に、この両者の議論を知っていたということは大いにありうることである (Tatlow 2001: 233.)。バッハはこの協会に入るために、《降誕祭の歌 ‘高き天より、我は来らん’ による若干 [5 つ] のカノン風変奏曲 *Einige [5] canonische Veränderungen über das Weynacht-Lied, Vom Himmel hoch da komm ich her* 》BWV769 (1748) を作曲している。

このようなミツラーとマッテゾンの討論もまた、この時代の音楽に数が使われていたことを暗示している。そして、バッハの音楽と数との結びつきを作品分析以外の観点から示唆しているのかもしれない。

マッテゾンは『完全なる楽長』の中の「あらゆる響きの音程の数学的比率について *Vom mathematischen Verhalt aller klingenden Intervalle.*」の項目において、音程の数学的比率について詳細に検討している ⁸。彼はこの項目の冒頭で次のように述べる。

測量される音がお互いに確実な比率を持っており、2 つまたはそれ以上の切片の間に形状が認められるどのような空間も、実際、音程 *Intervall* と呼ばれている (Mattheson1999: 101. 邦訳: 三島.) ⁹。

その上でマッテゾンは、「1:2:4」はオクターヴの音程比 *Proportion* であることを述べ、続いて「1:1」(完全 1 度)、「1:2」(完全 8 度)、「2:3」(完全 5 度)、「3:4」(完全 4 度)、「4:5」(長 3 度)、「5:6」(短 3 度)、「3:5」(長 6 度)、「5:8」(短 6 度) などの音程比を詳細に考察している (Mattheson1999: 101-111.)。

『完全なる楽長』の第3部「真の和声を意味する、様々な旋律の構成あるいは全声部の作曲技法について Von der Zusammensetzung verschiedener Melodien, oder von der vollstimmigen Satz-Kunst, so man eigentlich Harmonie heißt.」の中では、対位法技法におけるあらゆる音程関係について論じている。転回対位法に関しては、2度下の音程の模倣に対する7度上の音程の模倣、3度下の音程の模倣に対する6度上の音程の模倣、などについて譜例を伴って考察している (Mattheson 1999: 574-578.)。

以上のことから、マッテゾン自身の主張に関わらず、音程関係の数学的比率といった音楽と数の思考が、この時代においても依然として検討されていたことを認めることができる。そして、音程関係の思考は、対位法技法の中で大きな役割を果たすものであったことを推察することができる。

作品の中の、作曲の前段階における音の組織化の中で数字を使用していることを最もよく暗示している証拠は、マッテゾンの『完全なる楽長』の中の“*Inventio* (創造)”の項目の中ではなく、“*Dispositio* (配置)”の項目の中にある (Tatlow 2001: 233.)。マッテゾンは「旋律の配置、仕上げ、装飾について Von der Melodien Einrichtung, Ausarbeitung und Zierde.」の項目において、作曲の構成を建築になぞらえている。

最初に“*Disposition* (配置)”に関して言えば、それは全ての部分のきれいな配列、そして旋律の中の、または旋律的な作品全体の中の事象であり、人がどのように建物を備え付け、はっきりと形にし、ホール、部屋、小部屋などがどこに置かれるべきかを示すための下書きまたは設計図をどのように作るかについての、ほとんど技術的なことである。我々の音楽的な“*Disposition* (配置)”は、テーマ、目標、対象の中だけのただむき出しに語りを並べる修辞学上の配置から区別されなければならない。そのことから、まさしく演説家にとって与えられるべき6つの項目が守られなければならない。すなわち、“*Eingang* (入口)”、“*Bericht* (報告)”、“*Antrag* (申し立て)”、“*Bekräftigung* (確認)”、“*Wiederlegung* (反証)”、“*Schluss* (結論)”である。つまり、“*Exordium* (序)”、“*Narratio* (語り)”、“*Propositio* (主張)”、“*Confirmatio* (確認)”、“*Confutatio* (反論)”、“*Peroratio* (締めくくり)”である (Mattheson 1999: 348. 邦訳: 三島.)¹⁰。

このようにマッテゾンは、作品の構成と建築との類似性について修辞学の点から述べている。しかし彼は、作曲技法と建築とが、実際の数的な作業において具体的にどう関わるかを示しているわけではない。

この言及について、Tatlow は次のように述べている。彼はこの建築の喩えについて、「特定の数が具体的に述べられていないにもかかわらず、人は、マッテゾンが、建築上のプランは当時数的に配列されていたことから、音楽における数字の使用を強く示唆していたと主張することができるだろう (Tatlow 2001: 233.)」と指摘している。ここにおいても、具

体的に述べられていないにもかかわらず、音楽に数が使用されていたことが示唆されるであろう。

マッテゾンは『完全なる楽長』の中で、作曲の前段階のプランを次のようにはっきり明言している (Tatlow 2001: 233.)。

従って、その人の作曲技術に関わらず、上で述べたような〔前述の〕手法をある程度自由に使おうと思っている人は誰でも、全ての計画の設計図を大きな紙に書き、ごく大雑把に略図を描き、仕上げに着手するずっと前に順番に並べてみるのかもしれない。少なくとも私の意見では、これは最良の方法であり、1つの作品はそれによって正しい適性を得る。そして、全ての部分が他の部分に対して何らかの関係、同型、そして一致を明示することができる。であるがゆえに、聴覚にとって、世界の中でこれよりもいいものはない (Mattheson 1999: 354-355. 邦訳: 三島, 下線, [] は筆者による。) ¹¹。

このように、マッテゾンは、具体的に数字を示しているわけではないが、作品の全ての部分が他の部分に対して同型や一致を持って構成されるべきだと主張している。

一方で、マッテゾンは「後者（バッハ）はたしかに、そして実際、作曲の数学的なベースと思われるものを、まったくといってよいほど彼（ミツラー）には伝授しようとしなかった。それは次に名前をあげる人物（編者のマッテゾン自身）がやはり教えようとしなかったのとおなじだ。これについて真実私はうけあってもよい (Mattheson 1969: 231. 引用はタトロー 2011: 13-14. 邦訳: 森.)。」と述べている。これは、バッハと数学のつながりについての最も早い時期の言及である (タトロー 2011: 13.)。この言及について、タトローは次のように指摘している。

バッハやマッテゾンがミツラーに教えることをしなかった「作曲の数学的なベースと思われるもの」が、音楽理論のなかでよく知られた理論の一面だったことは疑いのないところだろう (タトロー 2011: 14. 邦訳: 森.)。

このように、マッテゾンの言及から、バッハが作曲の中で数学的なベースを使用していることが認められる。そしてその「作曲の数学的なベースと思われるもの」が、当時よく知られたものであったことも認めることができる。

では、バッハやマッテゾンが使用したとされる「作曲の数学的なベースと思われるもの」とはどのようなものであろうか。それが具体的に何を指すのかを示すことは難しいが、バッハの作品と数的な思考との関連はすでに数多くの研究の中で示唆されている。音楽学者ヴォルフ、クリストフ Wolff, Christoph 1940¹² は、バッハの作品と数的な思考との関連について、次のように述べている。

17 世紀の思想の中で教育を受けたバッハにとって、音楽が自由七科のうちの四科 (quadrivium) [四科。幾何学・天文学・算術・音楽] の 1 つの枝を形成しているという考えは、ヨハネス・ケプラーにとってと同様、依然として、正当なものであった。ケプラーは、音楽は宇宙のハーモニーを鏡のように映し出すものであるという見解を打ち出した。当時、音楽には、伝統的な数学的根拠があったので、次第に科学的好奇心に感化され、「無味乾燥な [音楽的] 技巧だけの練習曲」には全く興味がなく、「真の音楽」を推し進めることに全身全霊を捧げている作曲家 [バッハを指す] にとって、音楽は豊かな活動の場を与えてくれるものだった。(後略) (ヴォルフ 2004: 16. 邦訳: 秋元. 1 つ目、2 つ目の [] はヴォルフに、3 つ目の [] は筆者による.)

17 世紀の科学者が、惑星と地球は同一の法則に支配されていることを既に実証していたので、宇宙のハーモニーと、(音の操作に関連する、作曲という比類なきほど小さな世界は言うまでもなく) 耳に聞こえる音楽との関係は、より一層強く結合している。それで、神の創造物たる宇宙は、かつてなかったほど複雑で相互に関係しているように思えたので、その結合という考えは、バッハほどの知的志向を持つ音楽家にとっては、より一層確定的で、有無を言わさぬものであると同時に、音楽家の参加を要請するものに感じられたのだった (ヴォルフ 2004: 518-519. 邦訳: 秋元.)。

ここにも、バッハの作品には数的な思考があることが示唆されている。それを具体的に示す例としては音楽学者ジーゲレ、ウルリヒ Siegele, Ulrich 1930¹² の研究 (Siegele 1981; Siegele 2009) を挙げることができるだろう¹²。Siegele は、バッハ作品において区分された小節数同士の数的な比率に着目している¹³。

以上のように、バロック時代において、特にバッハやマッテゾンにおいて音楽と数の結びつきを指摘することができるだろう。そして、音程関係における数学的思考が、この時代においても依然として行われていたことを確認することができる。

続いて、古典派の時代における音楽と数の思考を考察する。

バッハの弟子であり理論家・作曲家のキルンベルガー、ヨハン・フィリップ Kirnberger, Johann Philipp 1721-1783 によって 1757 年に書かれた *Der allezeit fertige Polonoisen- und Menuettencomponist* (1757) は、作曲に数字を使っていたことを推奨している資料の集大成である (Tatlow 2001: 233.)。これは、ヨーロッパで 18 世紀後半に流行した「さいころ音楽 (dice music, Würfelmusik)」のことである。さいころ音楽については、次のように説明されている。すなわち、「この音楽は作曲家がいくつかの旋律を作っておいて、この組み合わせを演奏家の任意の (たとえばさいころによる) 選択にまかせるものである (徳丸 2008: 49-50.)」。モーツァルト、ヴォルフガング・アマデーウス Mozart, Wolfgang Amadeus 1756-1791 の偽作である《音楽のさいころ遊び *Musikalisches Würfelspiel*》

K. Anh 294d (1787) もまた「さいころ音楽」の 1 つである (徳丸 2008: 50.)。この種の音楽は「アルス・コンビナトリア *ars combinatoria*」とも言われ、ハイドン、ヨーゼフ Haydn, Joseph 1732-1791 やその他の古典派作曲家にも実践された (コープ 2011: 296.)。「アルス・コンビナトリア *ars combinatoria*」の技法はバロック時代の作曲の一般的な方法としてすでに触れたが、こうした「数学に由来する順列組み合わせの技法 (グラウト; パリスカ 1998: 687.)」は、作曲に数字を使っていたことを示す事例となろう。

ロマン派の時代における音楽と数の思考については、クリプトグラフィー (暗号書法) *musical cryptography* に関する Sams, Eric サムズ、エリック 1926-2004 の研究 (Sams 1971) などを含むことができるかもしれないが、これらは本研究とほぼ関連しないと思われる。

2-2-3. 20 世紀

この項では、20 世紀 (近現代) の西洋音楽と数の取り扱いについて考察する。

音楽の中の数字の運命は 1900 年前後に激変し、その後、音楽が作られ理解される方法の中で、様々な変化は数字によって引き起こされると考えられるようになった (Griffiths 2001: 234.)。

この時代の重要な音楽技法であるシェーンベルク、アルノルト Schonberg Arnold 1874-1951 の 12 音技法は、数学的理論が見出される代表例である。そしてそれは、十分な理論的規則を持つという意味で伝統的な調性音楽の代用品であった。以下に引用する。

彼 [シェーンベルク] が [12 音技法の]「方法」を採用した意図は、(自由な無調の「無秩序」から離れた)「包括性」を提供するためであった。その主なメリットは、彼 [シェーンベルク] が主張するように、その効果を 1 つに統合する、ということである:「音楽の中に論理のない形式はなく、統合のない論理はない」。12 音技法の厳格さ、数学的理論は、ある意味では調性音楽の理論的規則の代用品であった (Cross 2003: 132. 邦訳: 三島, [] は筆者による.)。

このように、12 音技法の数学的理論が、これまで見てきたような調性音楽の理論的規則の代用品であったとすれば、この新たな 12 音技法の数的な秩序は、それ以前の時代の音楽において見られた「非常に精緻な知的音楽構造 (ヒューズ 1984: 672-673.)」の秩序と同列に扱うことができる。どちらの秩序も数的な観点を持つということは、本論文において重要なポイントである。

この項では西洋音楽と数について大まかに概観した。次項では、音楽における「横」と「縦」に範囲を絞って考察を続ける。

2-3. 音楽における「横」と「縦」

この項では、音楽における「横」と「縦」が、どのように扱われてきたのかを歴史的に概観する。

西洋音楽では慣習的に楽譜上の横と縦を音楽の要素に比喩的にあてはめることがある。つまり、「横」は時間軸や旋律の進行、「縦」は和音や音程などを示すのである。

ここで筆者が音楽における「横」と「縦」に注目する理由は次の通りである。この思考を考察することが、ブラームスの変奏曲作品において、模倣を使用する変奏についての数的な関係を見出す際に、非常に有益であると考えからである。

「横」について語る時も、「縦」について語る時も、数字は便利に用いられてきた。以下に記そう。

音楽の記譜法の中で、数字は様々な方法、役割で現れてくる。例えばテンポ、拍子、通奏低音、小節数である；数字は、音程（例えば 3 度、4 度、5 度）、音律の中の音程の調整を表すことにも使われる（Tatlow 2001: 231.）。

このように、西洋音楽の中の数字は、テンポ、拍子、小節数といった横の時間軸の関係にも、音程といった縦の和音の関係にも使われてきた。では、両者を関連付けて考える試みはどの程度あったのだろうか。

2-3-1 「横」の思考・「縦」の思考

まず、「横」の思考と「縦」の思考が歴史的に見られるかを概観する。

2-3-1-1. 「横」の思考

音楽における数学的思考の中で、音程関係すなわち「縦」の思考が、時間軸の関係すなわち「横」の思考にどのように関連付けられるようになったのだろうか。以下に考察する。

13 世紀までのポリフォニーの発展は、そこで用いられる音楽素材に、同時に鳴らされる複数の音高の間関係（縦の関係）というひとつの新たな基本的要素を必然的に導き入れる（ヒューズ 1984: 62.）。ヒューズは次のように続けている。

各時代それぞれの様式に於いて、或るいくつかの音程が協和、即ち安定した音程であるとされてきた。（中略）結局のところ、協和と不協和の区別の仕方は時代の様式に依るのだが、その区別には物理学的な根拠もある。即ち、同材質で、張力の等しい 2 本の弦があり、一方が他方の 2 倍の長さをもつとき、それらから発せられる 2 つの音高は、互いに 1 オクターヴの音程を成す。言い換えれば、これは、1 オクターヴという音程が、2 : 1 という比で表されることを意味している。同様にして、5 度音程は 3 : 2、4 度音程は 4 : 3 で表される。こうした比の簡潔さは、それらの 3 種の

音程に於いては音が互いに極めてよく親和して聴こえるという事実と相俟って、オクターヴと 5 度と 4 度が主要な協和音程であるべきだということを、中世の音楽に植え付けたのである。多分、今日の耳にとってはもっとも馴染みのある長 3 度音程は、当時行われていた調律では 81 : 64 という複雑な比になり、したがってそれは、協和音程として用いるにはやや相応しくない、と考えられた（ヒューズ 1984: 62.）。

このように和音の音程関係という縦の関係が重視される一方、13 世紀後半からの定量記譜法において、音価の表示が問題とされる。定量記譜法において音価は、メンスーラ *mensura* と呼ばれる、与えられた音符の音価とそれに次いで音価の小さい音符との数比関係を使用して表された。すなわち、音符の音価を 2 分割する不完全分割と、3 分割する完全分割である。

プロポルツィオ *proportio* [比例、比率] の使用もまた、定量記譜法において行われた。プロポルツィオとは音符の正常な音価を算術比により増減することを意味する。音価の縮小を、小音価の音符を実際に使用することによってではなく、ある種の縮小の記号によって指示しようというプロポルツィオそのものの根本的な考え方が確立されたのは 14 世紀後半である（松本; 皆川 1982: 1546.）。プロポルツィオの理論は、韻律的時価を 1 : 2、2 : 3 といった一定の比率で縮小したり拡大したりするものであり、15 世紀および 16 世紀初期の記譜法の重要な 1 章であり、デュファイ、ギヨーム Dufay, Guillaume c. 1398-1374 からジョスカン・デプレ Josquin Desprez c. 1440-1521 までの音楽時代において少なからぬ役割を演じた（アーペル 1998: 213.）。ティンクトリス、ヨハネス Tinctoris, Johannes c. 1435-1511 の『音楽プロポルツィオ論 *Proportionale musices*』などに代表されるプロポルツィオ論の数学的な基礎は、ボエティウスにさかのぼる（アーペル 1998: 214-215.）。アーペルは次のように述べる。

その著作が中世全体を通じて議論の余地のない名声をもったボエティウスは、プロポルツィオあるいは比率を純粋に算術の立場から説明する。中世の音楽理論ではそれがしばしば、弦長比すなわち音程を示すためにも用いられる。したがってセスクィアルテラ *sesquialtera* [プロポルツィオの 3/2] は 5 度音程を意味することにもなる。ハ [C 音] とト [G 音] のための弦の長さの比は 3 : 2 だからである（アーペル 1998: 214-215. 邦訳：東川. [] は筆者による.）。

このように、音価を表すために用いられるプロポルツィオの比率の理論と、音程を表すために用いられる比率の考え方の両方において数学的思考が用いられている。音楽における「横」の時間軸の思考が、「縦」の音程の思考と同様の数学的思考を持つようになったということが示唆されよう。Bowers は、プロポルツィオの記譜法について次のように述べている。

概して、作曲する音楽家は誰でも、それによって音程が認められて説明される、ボエティウスの比率の数学によく精通していた。彼らは、慣習的な方法によってはリズムのパターンを記譜できないために、記譜上の新語を発明しようと努め、またはより分かりやすい形式で難しい記譜法を表そうと努めた。そのような時には、よく精通していたという理由で、同様に比率のコンセプトに基づいた方策に頼ることはおそらく自然なことであったのだろう（Bowers 2001：427. 邦訳：三島.）。

このように Bowers は、音楽における「横」の時間軸の思考が、「縦」の音程の思考と同様の数学的思考を持つようになったということを認めている。音楽に数学的思考を使用することにおいて、「縦」の音程の比率の思考が「横」の時間軸の思考に拡張されて用いられてきたことは明らかであろう¹⁴。

各音程における音程比を以下に図示しよう（図 2-1）。全体をある点で 2 分割した場合、全体における前半部分の比率がその音程を表していることを理解することができる。

図 2-1：マッテゾンとコッホの音程比と音列の図

図 2-1-1：音程比と音列（抜粋）（Mattheson 1999: 116.）

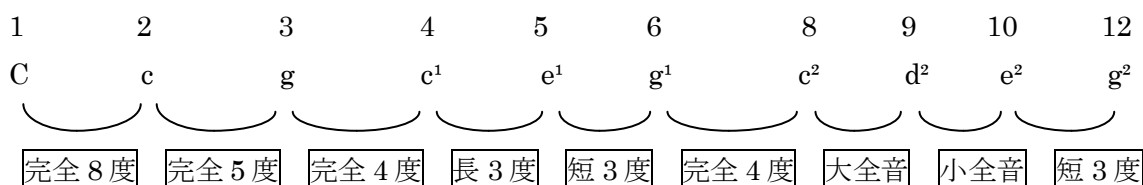
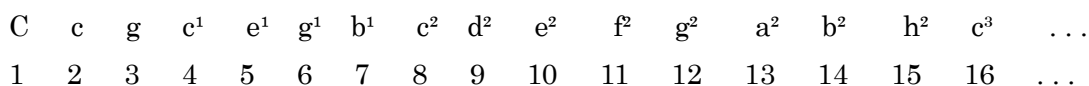


図 2-1-2：音列と音程比（Koch 1964: 1661-1662.）



このように、各音程は音程比という縦の数的な観点から考察されてきた。そして、横の時間軸の観点においても同様の数的なコンセプトに基づいた思考が行われてきたのであろう。

2-3-1-2. 「縦」の思考

前項では、数学的思考という点から見て、音楽における「縦」の音程の比率の思考が「横」の時間軸の思考に拡張されて用いられてきたことを明らかにした。

本項では、数学的思考という点から見て、楽曲における「横」の時間軸の思考を、「縦」の音程の思考として見ることを具体的に示す。この時、「縦」の音程の思考を、音程比として見るものと音程差として見るものの両方を考察する。

2-3-1-2-1. 「縦」を音程比として見ること

まず、「縦」の音程の思考を音程比として見ることを考察する。なおかつ、楽曲における「横」の時間軸の観点を、1 曲の中の小節数同士の比率、あるいは楽曲の中の変奏グループの変奏曲数同士の比率として見た場合を例示する。

バッハの作品はその数学的比率がしばしば指摘されるため、ここではバッハ作品を例に挙げて検討する。音楽学者ダンマン、ロルフ Dammann, Rolf 1929- の研究 (Dammann 1986) は、《ゴルトベルク変奏曲》の包括的研究であるとされている (小林 1996: 514.)。ここではこの Dammann の研究を中心にその実例を述べる。

第 1 の例として、《組曲 *Suiten*》、すなわち《イギリス組曲 *Englische Suiten*》BWV806-811 と《フランス組曲 *Französische Suiten*》BWV812-817 を挙げる。これは、楽曲における「横」の時間軸の観点を、1 曲の中の小節数同士の比率として見た場合である。

Dammann は、彼の《ゴルトベルク変奏曲》の研究の中の「数字の方法 *Zählweise*」の項目において、バッハが、《ゴルトベルク変奏曲》と、《組曲》と《6 つのパルティータ *6 Partiten*》BWV825-830 の全ての舞曲の中で、協和音程の比率に従って、楽曲の 2 部分の構成の中の小節数同士の比率を生み出したとしている (Dammann 1986: 35-36.)。以下に引用する。

[《ゴルトベルク変奏曲》の] 30 の変奏曲とともに、最初と最後に置かれているアリア [主題] は、例外なく 2 部分からなる形式 *forma bipartita* を持っている。かつてバッハにおいて、彼の《組曲》と《パルティータ》の全ての舞曲の中でそれが規則であるように、2 つの部分のその両方が反復される。バッハによって様式化された舞曲楽章において、その中に以下の特徴がある。その小節数の両方の部分が単純な (たいていは) 調和の比率に従っているということである (注釈: この舞踏の振り付け上当然のこと—舞踏の中の 4 + 4 の *Quadratur* —は進んでいく様式化とともに弱くなっていった。もちろん舞踏からは離れているけれども、しばしばより複雑な内部構造を持って、バッハはより新しいレベルの上に再び数学的比率を建設している。)。《イギリス組曲》第 1 番 A-dur を例にとると、アルマンンドは 16 : 16、クーラント I は 10 : 10、クーラント II は 8 : 16、サラバンドは 8 : 24、ブーレ I は 16 : 32、ブーレ II は 16 : 20、ジグは 16 : 24。《フランス組曲》第 3 番 h-moll を例にとると、アルマンンドは 12 : 12、クーラントは 12 : 16、サラバンドは 8 : 16、メヌエットは 16 : 20/トリオは 8 : 16、アングレーズは 8 : 24、ジグは 34 : 34。《フランス組曲》第 5 番 G-dur では、アルマンンドは 12 : 12、クーラントは 16 : 16、サラバンドは 16 : 24、

ガヴォットは 8:16、ブーレは 10:20、ルーレは 8:8、ジークは 24:32。このような小節数は時間の秩序の中に、調和の「協和音程の」比率関係を生み出している。すなわち、8:8、10:10、12:12、34:34 = 1:1 (ユニゾン、1 度)。8:16、16:32 = 1:2 (オクターヴ、8 度)。16:24 = 2:3 (5 度)。8:32 = 1:4 (2 つのオクターヴ)。8:24 = 1:3 (オクターヴと 5 度)、12:16、24:32 = 3:4 (4 度)。16:20 = 4:5 (長 3 度) などである (Dammann 1986: 35-36. 邦訳: 三島. [], 下線は筆者による.)。

これらのパターンを 6 つ図示する (図 2-2)。

図 2-2: バッハの《組曲》に見られる協和音程の比率

① 《イギリス組曲》第 1 番 A-dur

アルマン드의 2 部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|----|----|
| 16 | 16 |
|----|----|



| | |
|---|---|
| 1 | 1 |
|---|---|

協和音程としての比率

1:1 = ユニゾン、完全 1 度

② 《イギリス組曲》第 1 番 A-dur

ブーレⅡの 2 部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|----|----|
| 16 | 20 |
|----|----|



| | |
|---|---|
| 4 | 5 |
|---|---|

協和音程としての比率

4:5 = 長 3 度

③ 《フランス組曲》第 3 番 h-moll

クーラントの 2 部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|----|----|
| 12 | 16 |
|----|----|



| | |
|---|---|
| 3 | 4 |
|---|---|

協和音程としての比率

3:4 = 完全 4 度

④ 《フランス組曲》第 5 番 G-dur

サラバンドの 2 部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|----|----|
| 16 | 24 |
|----|----|



| | |
|---|---|
| 2 | 3 |
|---|---|

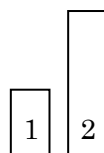
協和音程としての比率

2:3 = 完全 5 度

⑤ 《フランス組曲》第5番 G-dur

ガヴオットの2部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|---|----|
| 8 | 16 |
|---|----|



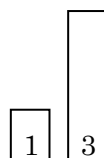
協和音程としての比率

$1:2 =$ オクターヴ、完全8度

⑥ 《フランス組曲》第3番 h-moll

アングレーズの2部分の構成の小節数同士の比率

| | |
|---|----|
| 8 | 24 |
|---|----|



協和音程としての比率

$1:3 =$ オクターヴ + 完全5度、(12度)

このように、楽曲の2部分の構成の中の小節数同士の比率において、協和音程としての比率と同様の数学的思考が成されている。

このように、バッハの作品において小節数同士の比率が協和音程の比率に従って配置されている例を示すことができた。バッハの作品において数的な比率の思考が見られることは明らかであり、それは縦の音程の比率関係と同様に、小節数による横の時間軸の比率関係において見られる。

第2の例として、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》を挙げる。この作品は、厳格な数学的基盤を持って作られている、とされている（磯山；鳴海 1996: 382.）。ここではそれについて簡単に触れておく（《ゴルトベルク変奏曲》を扱った数的な分析、Dammann 1986 他の詳細は、第3章の3-4-1-3-1. 《ゴルトベルク変奏曲》と数: pp.56-59 にてまとめて述べる）。

前に指摘した《組曲》の例に倣い、Dammann は、《ゴルトベルク変奏曲》の主題のアリアもまた16小節：16小節 = 1：1すなわち完全1度、ユニゾンであり、協和音程の比率に従っているとしている（Dammann 1986: 36.）。さらにこの比率は、《ゴルトベルク変奏曲》全体を区分した場合の部分同士の比率（16曲：16曲 = 1：1）と一致している（Dammann 1986: 36.）。

バッハの作品において、協和音程の比率関係という縦の関係と、小節数同士の比率という横の時間軸の関係において数学的思考が示されている。さらに主題の小節数における横の時間軸の関係は大きな楽曲の中の1曲単位での関係に拡大されている。すなわち、《ゴルトベルク変奏曲》において、主題の小節数による区分と、大きな楽曲の中の1曲単位での区分の両方で、縦の協和音程の比率関係が見られると解釈できる。

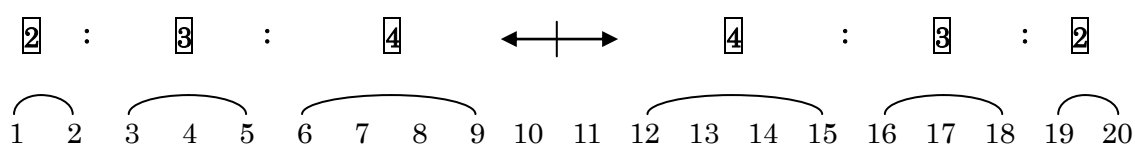
第3の例として、バッハの《パッサカリア *Passacaglia*》BWV582 (?1708-1712) を挙げる。この作品もまた、協和音程の比率によるグループ分けがあるとされている（Michels 2001: 310-311.）（図2-3）。協和音程の比率関係という縦の関係と、楽曲の中の変奏グループの変奏曲数同士の比率という横の時間軸の関係において数学的思考が用いられていると

言えるだろう。

以上のように、数学的思考という点から見て、楽曲における「横」の時間軸の比率の思考を、「縦」の音程の比率の思考として見ることができる実例を、バッハ作品から挙げることができた¹⁵。なお、これらの研究においては、部分と全体の比率と言うよりは部分同士の比率が重要である。

続いて、「横」を時間軸、「縦」を音程の差すなわち音程差として見た思考の実例を探る。

図 2-3：《パッサカリア》BWV582 の変奏の配列：20 の変奏を和音の音程比（2：3：4）のグループに分ける秩序（Michels 2001: 310-311.）



2-3-1-2-2. 「縦」を音程差として見ること

この項では、「縦」の音程の思考を音程差として見ることを考察する。なおかつ、楽曲における「横」の時間軸の観点を旋律線として見た場合を示す。

20 世紀のセリー音楽は、縦の音程差と横の時間軸における数学的思考を如実に示していると思われる。以下に述べる。

柴田は、シェーンベルクの 12 音技法とは「12 の音を全く重複なしに用いて一個の音列をつくり、これを基に全曲の水平的垂直的要素、すなわち線的小および和声的要素を構成する作曲法（柴田 1967: 117.）」であるとしている。このように、12 音技法においても、横の旋律的な関係と縦の和声的な関係に数学的思考が用いられてきたことが指摘されている¹⁶。12 音技法の音列は音程差に基づいているため、ここでの縦の思考が音程差のことであると言えるであろう。

総音列主義 *integral serialism* は、音高組織の他に、音価やダイナミクス、アーティキュレーションなど、他のパラメーターも音列として扱うものであるが、メシアン、オリヴィエ Messiaen, Olivier 1908-1992 の《音価と強度のモード *Mode de valeurs et d'intensités*》(1949)、バビット、ミルトン Babbitt, Milton 1916- の《ピアノのための 3 つの作品 *Three compositions for piano*》(1947) などの作品がある。これらの作品の中で、音高と同様に音価がパラメーターとして扱われていることは注目すべきである。なぜなら、このことは、音高という縦の関係と音価という横の時間軸の関係が同様の音列として扱われていることを意味しているからである。ここにおいても、縦の音程差と横の時間軸に数学的思考が用いられてきたと指摘できるであろう。

2-3-2. 「横」と「縦」の関係

これまで、横と縦あるいは縦と横において数学的思考が用いられているものを挙げた。しかし、これまで挙げたものは、横と縦において同様に数学的思考が使われているものであって、横と縦の思考を数学的に関係づけているわけではない。つまり、バッハ作品の中で、横と縦において同様に数学的思考が使われているものであって、その横の時間軸の思考と縦の音程の思考とは何か数学的に関係しているというわけではない。これらは、例えば縦の音程が完全8度で表されており、なおかつ横の時間軸が2:1（完全8度の音程比）に分割されているという具合に、横と縦が数的に関係しているわけではなく、ただ同様に数学的思考が行われている、というものである。

では、この横の時間軸の思考と縦の音程の思考を数学的に関係づけたものは見出せないのだろうか。筆者は、バルトークの黄金分割の研究（柴田 1967; Lendvai 1971）に注目した。

バルトークの黄金分割の研究においては、横の時間軸と縦の音程が数学的に明確に関係していることを指摘できるであろう。柴田はバルトークの黄金分割の使用について、4点を指摘しているが、そのうちの2点を見る。

すなわち、①黄金分割の理論を形式（小節または拍の数）に応用したこと。②同じく黄金分割の理論を垂直の音程関係に応用したこと。これは、(a) 楽曲各部の主題（モチーフ）の音域、(b) 和音の組み立て、の2つの面に分かれる（柴田 1967: 93.）。

②は、黄金分割の比率を縦の音程関係にフィボナッチ数として応用したもので、その音程差の関係を黄金分割の比率として捉えている。これは、《2 台のピアノと打楽器のソナタ *Sonata, 2pf, 2perc*》BB115（1937）において見られる。

このように、バルトークの黄金分割の研究において、明らかに横の時間軸の関係と縦の音程関係において同一の黄金分割の比率を指摘することができ、この2つのものが関係付けられていることを指摘できるであろう¹⁷。

2-3-2-1. 模倣を使用する楽曲における「横」と「縦」の関係

先に、音楽における横と縦を関係づける思考をバルトークの実例を挙げて指摘した。本項では、本論文において特に重要な観点である、模倣を使用する楽曲における「横」と「縦」の関係を見る。模倣を使用する楽曲における横と縦の関係においても、縦を音程差として見た場合と音程比として見た場合の両方の実例を指摘することができる。

2-3-2-1-1. 「縦」を音程差として見た場合の「横」と「縦」の関係

筆者は模倣を使用する楽曲において、「横」を時間軸として、「縦」を音程の差すなわち音程差として見た相互の関係の実例を見出すことができた。ここでは、模倣を使用する楽曲のうち、カノンについての実例を見出す。

音程は、比率すなわち音程比という観点のみならず、度数すなわち音程差という観点か

ある。音程については、「音程の表し方として一般的に広く用いられているのは、一定の音組織中の音の段階の数による方法、それも西洋音楽の 7 音音階の段階をもとにして「度」という単位で計る方法である（渡 1981: 482.）」とされている。ルネサンス期などの作品の中には、カノンの度数すなわち音程差によって作品の全体的統合性が図られている例がある。以下に指摘する。

オケゲム、ヨハネス Ockeghem, Johannes c. 1410-1497 のミサ《ミサ・プロラツィオヌム *Missa prolationum*》P ii, 21 は、音程については正確なカノンが、異なる比率の音価によって追いかけるという比例カノンであるというばかりでなく、音程差が異なるカノンがミサ全体を通じて 1 度から 8 度まで順次に配列されている¹⁸。このようなカノンの音程差による全体的統合性の例は、後にパレストリーナ、ジョヴァンニ・ピエルルイジ・ダ Palestrina, Giovanni Pierluigi da c. 1525-1594 のミサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum*》Cvi, 136 (1570) や、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》において見ることができる（Cahn 2000: 1688-1689., Mann; Wilson; Urquhart 2001: 4.）¹⁹（図 2-4）。

ここから筆者は次のことを述べたいと思う。《ゴルトベルク変奏曲》の楽曲全体において、配置されたカノンが大きな楽曲の中の曲単位での時間を等距離に保ちながら、カノンの音程差が 1 度から 9 度まで、1 度ずつ広がってゆく。つまり、3 曲目は 1 度のカノン、6 曲目は 2 度のカノン、9 曲目は 3 度のカノンであるという具合である。つまり、楽曲の出発点から見た大きな楽曲の中の 1 曲単位での時間と、カノンの音程差とが数的に一致している。カノンの音程差という縦と、大きな楽曲の中の 1 曲単位での時間という横の時間軸が関係していることが示唆されよう²⁰。

図 2-4：オケゲム、パレストリーナ、バッハの作品における 1 度～8 度のカノンの配列

図 2-4-1：オケゲムの《ミサ・プロラツィオヌム *Missa prolationum*》における 1 度～8 度のカノンの配列（Cahn 2000: 1688-1689.）

| | |
|----------|---------|
| Kyrie I | 1 度のカノン |
| Christe | 2 度のカノン |
| Kyrie II | 3 度のカノン |
| Gloria | 4 度のカノン |
| Credo | 5 度のカノン |
| Sanctus | 6 度のカノン |
| Pleni | 7 度のカノン |
| Hosanna | 8 度のカノン |

図 2-4-2 : パレストリーナの《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》における 8 度～1 度のカノンの配列

| | |
|------------------------|--------------|
| Kyrie I | 8 度のカノン |
| Christe | 7 度のカノン |
| Kyrie II | 6 度のカノン |
| Gloria in excelsis Deo | 5 度のカノン |
| Credo in unum Deum | 4 度のカノン |
| Et in Spiritum | 4 度のカノン |
| Sanctus I | 3 度のカノン |
| Sanctus II | 2 度のカノン |
| Agnus Dei. I | 1 度のカノン |
| Agnus Dei. II | 8 度と 4 度のカノン |

図 2-4-3 : バッハの《ゴルトベルク変奏曲》における 1 度～9 度のカノンの配列

| | |
|---------|---------|
| 第 3 変奏 | 1 度のカノン |
| 第 6 変奏 | 2 度のカノン |
| 第 9 変奏 | 3 度のカノン |
| 第 12 変奏 | 4 度のカノン |
| 第 15 変奏 | 5 度のカノン |
| 第 18 変奏 | 6 度のカノン |
| 第 21 変奏 | 7 度のカノン |
| 第 24 変奏 | 8 度のカノン |
| 第 27 変奏 | 9 度のカノン |

特に《ゴルトベルク変奏曲》のカノンの配列について、筆者は、カノンの音程差という縦の関係と、大きな楽曲の中の 1 曲単位で見た時の横の時間軸の関係が結びついていると解釈した²¹。このような関係性は、特にブラームスの変奏曲作品の数的な関係を、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列の間に見出す際に非常に有用であると強調したい。なぜなら、ブラームスは自身のいくつかのピアノ変奏曲作品のカノンの中で《ゴルトベルク変奏曲》のカノンを見習ったとされており²²、本論文の第 5 章において、まさにこのような模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列の間の数的な関係を、ブラームスの変奏曲作品の中に見出すことになるからである。

また、パレストリーナのミサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》においては、カノンのドックスとコメスの音程差に対応して、カノンのドックスとコメスの時間差

が作られている。

例えば、8度のカノンにおいては、ドックスとコメスに8セミブレヴィスの時間差があり、7度のカノンにおいては7セミブレヴィスの時間差があるという具合である（服部 1966: 938.）。つまり、カノンの音程差という縦の関係と、カノンのドックスとコメスの時間差という横の時間軸の関係が結びついている。

このようなパレストリーナのみサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum*》のカノンにおける事象を以下に詳細に図示しよう。

パレストリーナのみサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum*》におけるカノンの音程とカノンの時間差との関係（服部 1966: 938.）は、明らかな事象であるといえる²³。

前述したように、このみサ曲は、楽曲全体が8度から1度の音程のカノンが、降順に配置されている。なおかつ、8度のカノンにおいてはドックスとコメスに8セミブレヴィス（全音符）の時間差があり、7度のカノンにおいては7セミブレヴィスの時間差があるという具合に、カノンの音程差とカノンの時間差に関係がある。カノンの音程差という縦の関係と、カノンの時間差という横の時間軸の関係に関連があると言えよう。以下に図示する（図 2-5; 譜例 2-1）。

図 2-5 ; 譜例 2-1 : パレストリーナのみサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum*》におけるカノンの音程差とカノンの時間差との関係

①Kyrie I : 8度のカノン（全音符 8つ分の時間差）



②Christe : 7度のカノン（全音符 7つ分の時間差）



③KyrieⅡ：6 度のカノン（全音符 6 つ分の時間差）

6度の音程差

全音符 6 つ分の時間差

④Gloria in excelsis Deo：5 度のカノン（全音符 5 つ分の時間差）

5度の音程差

全音符 5 つ分の時間差

⑤Credo in unum Deum：4 度のカノン（全音符 4 つ分の時間差）

4度の音程差

全音符 4 つ分の時間差

⑥Et in Spiritum：4 度のカノン（全音符 4 つ分の時間差）

4度の音程差

全音符 4 つ分の時間差

⑦Sanctus I : 3 度のカノン (全音符 3 つ分の時間差)

3 度の音程差

1 2 3

全音符 3 つ分の時間差

⑧Sanctus II : 2 度のカノン (全音符 2 つ分の時間差)

2 度の音程差

1 2

全音符 2 つ分の時間差

⑨Agnus Dei. I : 1 度の拡大カノン (全音符 1 つ分の時間差)

1 度の音程差

1

全音符 1 つ分の時間差

⑩Agnus Dei. II : 8 度と 4 度のカノン (全音符 8 つ分、4 つ分の時間差)

The image shows a musical score for Agnus Dei. II, featuring a canon with 8th and 4th degree intervals. The score is written for three staves (Treble, Bass, and Bass). The time signature is 4/4. The key signature is one flat (B-flat). The score is divided into two sections: the first section has a time difference of 8 measures (全音符 8 つ分の時間差) and the second section has a time difference of 4 measures (全音符 4 つ分の時間差). The intervals are labeled as 8 度の音程差 (8th degree interval difference) and 4 度の音程差 (4th degree interval difference).

以上のように、パレストリーナのミサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》において、カノンの音程差とカノンの時間差との関係があることが図示によって明確になった。この曲において、カノンの音程差という縦と、カノンの時間差という横の時間軸との関係は明らかである。

この項では、模倣を使用する楽曲における「縦」と「横」の関係の 1 つを考察した。すなわち、模倣を使用する楽曲において「縦」を音程差として見ることと、「横」の時間軸を 1 曲単位の時間で見ることとを結びつける実例である。それは、オケゲムの《ミサ・プロラツィオヌム *Missa prolationum* 》、パレストリーナの《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》の 3 つである。

この 3 つのうちパレストリーナの《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》においては、「縦」をカノンの音程差として見ることと、「横」の時間軸をカノンの時間差で見ることとを結びつける関係性もまた指摘することができた。

要約すると、この項では模倣を使用する楽曲における「縦」の音程差と「横」の時間軸の関係の実例を示したが、「横」の時間軸を大きな楽曲の中の 1 曲単位で見ることと、カノンの時間差で見ることの両方を考察することができた。いずれにしろ、模倣を使用する楽曲における「縦」の音程差と「横」の時間軸の関係を如実に示していると言えるだろう。

2-3-2-1-2. 「縦」を音程比として見た場合の「横」と「縦」の関係

前項では、模倣を使用する楽曲において、「横」を時間軸、「縦」を音程の差すなわち音程差として見た思考の実例を見出すことができた。本節においては、「縦」を音程の比率すなわち音程比として見た実例を指摘する。

筆者は模倣を使用する楽曲において、「横」を時間軸、「縦」を音程の比率すなわち音程

比として見た思考の実例を見出すことができた。以下に述べる。

筆者が、ブラームスの変奏曲作品を分析するのと同様の方法を用いて、ベートーヴェン、ルートヴィヒ・ヴァン Beethoven, Ludwig van 1770-1827 の変奏曲のうちの 3 作品において、模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係が見られるかを分析した結果、ブラームスの変奏曲作品と同じような結果が得られた²⁴。以下にその分析を詳細に示す。

まず 1 例目を挙げる。

ベートーヴェンの《創作主題による 32 の変奏曲 32 Variationen über ein eigenes Thema》WoO80 (1807) において、ブラームス作品を分析するのと同様の方法を用いて、模倣を使用する楽曲における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係を検討する。

WoO80 の終曲の第 32 変奏においては、主題が複数回変奏されていると見られる。すなわち、第 1 小節から第 18 小節までの便宜上の「第 32 変奏」と、第 19 小節から最後までの便宜上の「第 33 変奏」である。従って、WoO80 の楽曲全体における変奏回数は 33 回と捉えられる。

続いて、WoO80 の中に含まれる模倣を使用する変奏とその音程を考察する。

WoO80 の中において、模倣を使用しかつその音程が一定である変奏は 2 曲のみである。すなわち、第 22 変奏の完全 8 度下の音程の厳格なカノン（譜例 2-2）と、その中に完全 8 度下の音程の 4 小節のカノン風の部分（第 37 小節から第 40 小節まで）を含む、終曲の中の便宜上の「第 33 変奏」である。

第 22 変奏のカノンの音程比すなわち完全 8 度の音程比は「1:2」であるが、楽曲全体における第 22 変奏のカノンの位置関係は全体の「22/33」=「2/3」であり、その部分同士の比率は「2:1」である²⁵。一方、完全 8 度下の音程のカノン風の部分を含む「第 33 変奏」の位置関係はユニゾンの音程を示す。

譜例 2-2 : WoO80 の第 22 変奏 : 完全 8 度下の音程によるカノン



このように、カノンの音程比とそのカノンの位置関係が数的に一致するものがある。
WoO80において、模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係の実例を示すことができた。

続いて2例目を挙げる。

ベートーヴェンの《創作主題による15の変奏曲とフーガ *15 Variationen und Fuge über ein eigenes Thema*》op.35、いわゆる《英雄変奏曲 *Eroica-Variationen*》op.35 (1803)においてブラームス作品を分析するのと同様の方法を用いて模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係を検討する。

まずベートーヴェンのop.35の終曲のフーガを、長大なフーガの中の主題提示部を1つのユニットとして捉える、ブラームスのop.24の終曲のフーガを分析するのと同様の方法(第4章のpp.72-73参照)によって分析する。すなわち長大なフーガ全体を、①第1小節からの主題提示部、②第28小節からの短調によるほぼ厳格な主題の提示、③第42小節からの長調によるほぼ厳格な主題の提示、④第90小節からの反行形による主題提示部、⑤第133小節からのおおもとの主題の提示、⑥第165小節からのおおもとの主題の提示、という具合に6つのユニットに分けて考える²⁶。

このように、フーガにおけるユニット数は6、フーガまでの変奏回数は15回である。ブラームスのop.24を分析する筆者の方法に従うならば、ベートーヴェンのop.35の楽曲全体におけるユニットの数は $6 + 15 = 21$ であると言えるだろう。

続いて、op.35の中に含まれる模倣を使用する変奏とその音程を考察する。

op.35の中において、模倣を使用し、かつその音程が一定である変奏は3曲のみである。すなわち、第6変奏の完全8度の音程の模倣を使用する変奏、第7変奏の完全8度下の音程の厳格なカノン(譜例2-3)と、第14変奏の完全8度下の音程の模倣を使用する変奏である²⁷。

第6変奏のみについては数的な関係を示すことができない一方、次のことを指摘できる。第7変奏のカノンの音程比すなわち完全8度の音程比は「1:2」であるが、楽曲全体におけるカノンの位置関係は全体の「 $7/21$ 」=「 $1/3$ 」であり、その部分同士の比率は「1:2」である²⁸。

同様に、第14変奏の模倣の音程比すなわち完全8度の音程比は「1:2」であるが、楽曲全体における第14変奏の位置関係は全体の「 $14/21$ 」=「 $2/3$ 」であり、その部分同士の比率は「2:1」である。

このように、模倣の音程比とその模倣を使用する変奏の位置関係が数的に一致するものがある。op.35において、模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係の実例を示すことができた²⁹。

最後に3例目を挙げる。

ベートーヴェンの《ディアベッリのワルツによる33の変奏曲 *33 Veränderungen über einen Walzer von Anton Diabelli*》op.120 (1823)においてブラームス作品を分析する

のと同様の方法を用いて模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係を検討する。

譜例 2-3 : op.35 の第 7 変奏の中の完全 8 度下の音程によるカノン

譜例 2-3-1 : 第 7 変奏の前半部分のカノン



譜例 2-3-2 : 第 7 変奏の後半部分のカノン



まず op.120 の中のフゲッタとフーガを、長大なフーガの中の主題提示部を 1 つのユニットとして捉えるブラームスの op.24 を分析するのと同様の方法（第 4 章の pp.69-73 参照。）を用いて分析する。

第 24 変奏のフゲッタは長大ではなく、op.120 の主題と同じ小節数であり、同じ楽節構造を持つ。従って、そのユニット数は 1 であろう。

これに対して第 32 変奏のフーガは、《英雄変奏曲》の終曲のフーガ、ブラームスの op.24 の終曲のフーガと同じく長大なものであるため、これらのフーガと同様に筆者の方法（第 4 章の pp. 72-73 参照。）によって分析することができる。

すなわち第 32 変奏のフーガ全体を、①第 1 小節からの主題提示部、②第 35 小節からの短調による主題の提示（第 56 小節からの厳格な主題の提示を含む.）、③第 64 小節からの

反行形による主題の提示、④第 86 小節からの長調による厳格な主題の提示、⑤第 118 小節からの変形されたフーガの主題による主題提示部、⑥第 142 小節からのもとのフーガの主題提示部、という具合に 6 つのユニットに分けて考える³⁰。

このように、第 32 変奏のフーガにおけるユニット数は 6、楽曲全体の中の第 32 変奏のフーガ以外の変奏回数は 32 回である。ブラームスの op.24 を分析する筆者の方法に従うならば、ベートーヴェンの op.120 の楽曲全体におけるユニットの数は $6 + 32 = 38$ であると言えるだろう。

続いて、op.120 の中に含まれる模倣を使用する変奏とその音程を考察する。

ブラームス作品を分析する筆者の方法論に従えば、op.120 の中において、模倣を使用しかつその音程が一定である変奏は 3 曲のみである。すなわち、第 10 変奏の完全 8 度上の模倣を使用する変奏³¹と、第 19 変奏の完全 8 度下、完全 8 度上の音程の厳格なカノンと、第 20 変奏の完全 8 度上の音程のカノンである³²（譜例 2-4；譜例 2-5）。

譜例 2-4：op.120 の第 19 変奏の中の完全 8 度下の音程によるカノン

譜例 2-4-1：第 19 変奏の前半部分のカノン



まず、第 19、20 変奏のカノンの音程比すなわち完全 8 度の音程比は「1：2」であるが、楽曲全体における第 19 変奏、第 20 変奏の 2 つのカノンの位置関係は全体の「 $19/38 = 1/2$ 」、すなわち第 19 変奏の最後と第 20 変奏の最初の境目であり、その比率は「1：2」である³³。

そして、第 10 変奏の完全 8 度上の模倣を使用する変奏は、全体における第 19、20 変奏の完全 8 度のカノンの配置「 $19/38$ 」（「 $1/2$ 」）の、そのまた半分の位置である。すなわち、「 $19 \times 1/2 = 9.5$ 」（「 $38 \times 1/2 \times 1/2 = 9.5$ 」）であり、この「9.5」の数値は第 10 変奏の位置を示す（第 4 章の pp.85-86：基数と順序数の数え方を参照。）。これらの完全 8 度の模倣を使用する変奏が、全体「38」の $1/2$ と、そのまた $1/2$ の比率の位置にあるということは、そ

これらの模倣の音程が完全 8 度、その音程比は「1:2」であることと数的に一致している。

このように、模倣の音程比とその模倣を使用する変奏の位置関係が数的に一致する。

op.120 において、模倣を使用する変奏における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係の実例を示すことができた³⁴。

譜例 2-4-2：第 19 変奏の後半部分のカノン



譜例 2-5：op.120 の第 20 変奏の中の完全 8 度上の音程によるカノン



この項では、模倣を使用する変奏における「縦」と「横」の関係を考察した。すなわち、「縦」を音程比として見ることと、「横」の時間軸を大きな楽曲の中の 1 曲単位の時間で見られることを結びつける実例である。その実例とは、ベートーヴェンのピアノ変奏曲作品のうちの WoO80、op.35、op.120 の 3 曲である³⁵。

要約すると、この項では模倣を使用する楽曲における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係の実例を示した。これらの実例は、模倣を使用する楽曲における「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係を如実に示しているだろう。

2-3-2-2. まとめ

本項では、音楽における「横」と「縦」の関係に注目し、バルトークの黄金分割におけるその関係性を柴田 1967 より指摘した。そして、模倣を使用する変奏における「横」と「縦」の関係を、「縦」を音程差として見た場合と音程比として見た場合の両方で考察した。このうち、ベートーヴェンの変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏における模倣の音程比とその配置との間の数的な関係は、筆者が見出したものである。

2-4. まとめ

この章ではまず作品の分析を行うに当たり、分析者の見方と作曲者の意図についての考え方を提示し、本論文における叙述の姿勢を明確にした。そして、西洋音楽と数の関係について概観し、続いてその範囲を音楽における「横と縦」というトピックに限定して考察した。「縦」の性質を音程に見出し、「横」の時間軸との関係を、「縦の音程」を音程比として見た場合と音程差として見た場合の両方の実例を挙げて考察した。

本章において筆者は、特に模倣を使用する楽曲における横と縦の関係はブラームスの変奏曲作品を分析する上で非常に重要なアспектであると捉えた。本章ではこの重要性を指摘することによって、第 5 章においてブラームスの変奏曲作品の分析を行うための前提を形作ることができた。

¹ ブラームスの作曲の唯一の弟子であるイェンナー、グスタフ Jenner, Gustav 1865-1920 は「ブラームスが変奏曲についてどのように考えていたか私 [イェンナー] にはわからない；しかし私は、おそらく彼の作品 [ブラームスの変奏曲作品] から読み取ることができる、等々と思う (Jenner 1989: 48. [] は筆者による.)」と述べている。彼は、ブラームスに変奏曲について尋ねても、おそらく一言ぶつぶつぶやき、「まあねえ、どんなものかねえ。」と飛ばされるだけだろう、としている (Jenner 1989: 48.)。

² シェーンベルク、アルノルト Schonberg, Arnold 1874-1951 は、『音楽の様式と思想 *Style and idea*』の中の「革新主義者ブラームス Brahms the Progressive」において、次のように述べている。「芸術家が彼の最高の業績を、意識的に、すなわち思い描いていた計画に従って達成するのか、あるいは無意識的に、すなわち 1 つの形態から次の形態へと目隠しをされて進むように達成するのか、ということは問題にならない (Schonberg 1950: Philosophical Library: 86. 邦訳：三島.)」。つまり彼は、作曲家が楽曲の中で全てを組織していくことを、意識的に行うか、潜在意識的に行うかは「副次的な問題 (Schonberg 1950: Philosophical Library: 80.)」であり、「結果がそれ [楽曲の組織化] を証明するのであれば、それで十分である (Schonberg 1950: Philosophical Library: 80. 邦訳：三島. [] は筆者による.)」としている。

このことは、作曲者が意識的に行ったこと、すなわち作曲者の意図というものは副次

的な問題に過ぎず、完成した公的な作品、すなわち結果こそが主体的な問題であり、重要な分析の対象であるということを示唆しているのだろう。

- ³ Buhler 2014、Loy 2006 等を参照されたい。
- ⁴ ピュタゴラス派が諸音程を数比によって理解していたのに対して、アリストクセノス Aristoxenos は諸音程を聴覚によって線的に捉え、点と点の間隔として考えていた。すなわち、彼はオクターヴを全音と半音によって段階的に示している。古代ギリシャにおけるそれぞれの考え方は、数学的な等比級数と等差級数の思考と捉えられるかもしれない。
- ⁵ Der Satz: **Daß die Mathematik bey der Musik nichts helffe**, ist unrichtig, und bedarff einer guten Erläuterung (Mattheson 1999: 19.).
- ⁶ Wir setzen inzwischen dieses Dilemma. Zum ersten wird gefragt: ob einer, der ein tüchtiger Musikus seyn will, durch die Mathematik dazu gelangen müsse? Zum andern: ob man, ohne gründliche Wissenschaft der Meß-Künste, nichts vortrefliches componiren und musiciren könne? Sagt nun iemand zu der ersten Frage ja, zur andern nein, so widerspricht er der alten und neuen Erfahrung, ja, seinen eignen Augen, Ohren und Händen, den vereinigen Sinnen aller Menschen, und verschließt die einzigen Thüren, durch welche der Verstand empfängt, was er hat. Sagt er hergegen zur ersten Frage nein, und zur andern ja, so kan die Mathematik unmöglich der Musik **Herz und Seele** seyn (Mattheson 1999: 21.).
- ⁷ Ohne Zweifel. Der Tackt, der Rhythmus, die Proportion der Theile eines musikalischen Stückes u.s.f. müssen alle abgemessen werden (Mizler 1966: 55.). Noten und andere Zeichen sind nur Hülfsmittel in der Musik, das Herz und die Seele derselben aber ist die gute Proportion der Melodie und Harmonie. Es ist lächerlich zu sagen, daß Herz und die Seele der Musik nicht sey, da man doch zugestehen muß, daß es lauter klingende Größen sind (Mizler 1966: 55.).
- ⁸ マッテゾンはこの項目において、次のように主張している。
「要約すれば次のようなことである：しかしながら、もし我々が代数学もまた同様に計算に入れるのだとしても、全体の和声の計算の技法と計量の技法は、比類のない優れた楽長 Capellmeister を生み出すことはできない (Mattheson 1999: 102.)」。

Kurtz: **die gantze harmonicalische Rechne- und Meß-Kunst, wenn wir gleich die Algebra mit einschliessen, kan allein nicht einen einzigen tüchtigen Capellmeister hervorbringen** (Mattheson 1999: 102.).

- ⁹ Der Raum nun, welcher sich solcher Gestalt zwischen zweien oder mehr Enden abgemessener Klänge befindet, die einen gewissen Verhalt mit einander haben, heisset eigentlich ein **Intervall** (Mattheson 1999: 101.).
- ¹⁰ Was nun zum ersten die Disposition betrifft, so ist sie eine **nette Anordnung aller Theile und Umstände in der Melodie**, oder in einem gantzen melodischen Wercke, fast auf die Art, wie man ein Gebäude einrichtet und abzeichnet, einen Entwurff oder Riß machete, um anzuzeigen, wo ein Saal, eine Stube, eine Kammer u. s. w. angeleget werden sollen. Unsere musicalische Disposition ist von der rhetorischen Einrichtung einer blossen Rede nur allein in dem Vorwurff, Gegenstande oder Objecto unterschieden: dannenhero hat sie eben diejenigen sechs Stücke zu beobachten, die

einem Redner vorgeschrieben werden, nemlich den **Eingang, Bericht, Antrag**, die **Bekräftigung, Wiederlegung** und den **Schluß**. *Exordium, Narratio, Propositio, Confirmatio, Confutatio, Peroratio* (Mattheson 1999: 348.).

- ¹¹ Wer sich also, seiner Fertigkeit im Setzen ungeachtet, der oderwehnten Methode, auf gewisse ungewungene Art bedienen will, der entwerffe etwa einem Bogen sein völliges Vorhaben, reisse es auf das gröbste ab, und richte es ordentlich ein, ehe und bevor er zur Ausarbeitung schreitet. Meines wenigen Erachtens ist dieses die allerbeste Weise, dadurch ein Werck sein rechtes Geschicke bekömmt, und ieder Theil so abgemessen werden kan, daß er mit dem andern eine gewisse Verhältniß, Gleichförmigkeit und Uibereinstimmung darlege: maassen dem Gehör nichts auf der Welt lieber ist, denn das (Mattheson1999: 354-355.).
- ¹² 音楽学者ゲック、マルティン Geck, Martin 1936- もまた、この Siegele の研究 (Siegele 1981) を、バッハの後期の作品において形式を数学的比率に従って配置した説として取り上げている (ゲック 2001: 56.)。
- ¹³ この研究においては、部分と全体の比率というよりは部分同士の比率が重要である。
- ¹⁴ Tatlow は、ルネサンス期において、音程比すなわち比率としての数字は、様々な定量記譜法の体系の中で時間的な持続を表現するためにも使われていったことを指摘している (Tatlow 2001: 231.)。
- ¹⁵ 数学的思考という点から見て、楽曲における「横」の時間軸の比率の思考を、「縦」の音程の比率の思考として見ることは、バッハの作品のみならずウィーン古典派の音楽についても指摘されている。レンドヴァイは、ウィーン古典派の音楽の均整のとれた楽節構成と、その倍音関係に基づく和声関係、つまり振動数の整数倍に基づく和声関係は、同一の基本概念の異なった次元 (水平的、垂直的) の現れに過ぎないと述べている (レンドヴァイ 1978: 74-75.)。
- ¹⁶ シェーンベルク自身は、『音楽の様式と思想 *Style and idea* 』の中の「十二音による作曲 *Composition with twelve tones*」において、次のように述べている。

音楽的着想 *musical idea* は、旋律、リズム、和声から成り立っているのだが、その1つと他のものはそれぞれ単独になっているわけではなく、その3つ全てが相互に関連しているものである。音楽的着想の要素は、部分的には連続する音として水平面 *horizontal plane* の中に組み入れられ、他方では同時に響く音として垂直面 *vertical plane* の中に組み入れられる。音の相互の関係は、和声の結びつきと同様に音程の連なりを調整する；リズムは、和声の連なりと同様に音の連なりを調整し、フレージングを組織化する。そして、後述するが、このことは、なぜ基本音列 BS は、全体としても部分に分かれても、そのどちらの側面でも使うことができるのかということの説明にもなる (後略) (Schonberg 1950: *Philosophical Library*: 109.)。

このように、シェーンベルク自身も、水平面の横の関係と垂直面の縦の関係を考え、12音技法を検討していたことが分かる。

- ¹⁷ バルトーク作品における黄金分割の使用について、柴田は次のように述べている。「バ

ルトークはまずこの図「黄金分割による設計図」のような設計を描いてから楽想をはめ込んでいったことはほとんど疑いがない（柴田 1967: 95-96. [] は筆者による.）。その一方で Griffiths は、作曲家は自身の作曲技法について多くを語っていないし、その形式が数的に見出されることを示すスケッチを残していないことを指摘している（Griffiths 2001: 234.）。物理学者リヴィオ、マリオ Livio, Mario 1945- は、バルトークが計算したことを示す下書きが残されていないため、どんな分析もせいぜい憶測にすぎないとしている（リヴィオ 2005: 232.）。彼はドビュッシー、クロード Debussy, Claude 1862-1918 がその作品の中で黄金分割を使用したという研究（Howat 1983）についても、「ドビュッシーは自分の作曲技法についてあまり語っていないのだから、曲へのこじつけかもしれない解釈と、作曲者の本当の意図（いまだにわからないが）とをはっきり区別しておかなければならない（リヴィオ 2005: 234. 邦訳：斉藤.）」と述べている。

筆者はこのような議論に、前述した“Intentional fallacy 意図についての誤謬”の考え方が適用できると見る。すなわち、作品を検証する際に作曲者の意図を参照することを否定することは、作品そのものの分析と作曲者の意図とを分けて考えるということである。リヴィオも「いまだにわからない」と半ば認めているように、私的な存在である作曲者の本当の意図を後世の者が知ることは容易ではない。それが困難なのであれば、公的な存在である作品そのものからその意図を逆算することが可能なのではないかと考える。もちろん、作曲者のスケッチの中に数的な作曲法が見出せれば、それは決定的な証拠となろう。しかしそうでなくとも、その分析方法における基準の設定が厳密で一定であり、歴史的な矛盾点などが無い限り、数的な構成がとある作曲家の公的な作品から明らかに読み取れるならば、その事実を無視することは適当ではないだろう。そしてその際、作品の中に数的な関係を見出せるかどうかが主体的な問題であり、作曲者自身が数的な関係を意図したかどうかは副次的な問題であると考えられる。

- 18 Dammann は、オケゲムのこの《ミサ・プロラツィオヌム *Missa prolationum*》について、「このミサ・チクルスの中で目立つことは、はさみのように拡がっていく「カノンの」音程差である（Dammann 1986: 56. [] は筆者による.）」とし、そこには「オクターヴ内の全ての音程「のカノン」がある（Dammann 1986: 56. [] は筆者による.）」とする。
- 19 こうしたあらゆる音程によるカノンの配列は、他にも、例えばフックス、ヨハン・ヨーゼフ Fux, Johann Joseph 1660-1741 のミサ曲《カノンや、特に変奏を用いた聖カルロのミサ *Messa di Carlo per musica tutta in canone et particolarmente diversificata*》K7 (1718)、いわゆる《ミサ・カノニカ *Messa canonica*》において見ることができる。このミサ曲には1度から12度までのあらゆる音程のカノンが含まれており、曲の冒頭より、9度から1度までの音程のカノンが順次配列されている。White は、このカノン技法を尽くした対位法的力作は、19世紀におけるパレストリーナの模倣者というフックスの一方的な評判をもたらしたことを指摘している（White 2001: 368.）。ブラームスはパレストリーナの作品を入念に研究していたことから、パレストリーナやフックスの作品の中のこうした顕著なカノンの配列は、ブラームスの作品の中のカノンの配列に影響を及ぼしているのかもしれない。
- また、フックスとブラームスとの関係について言えば、ブラームスは往復書簡の中でフックスの『パルナッソス山への階梯 *Gradus ad Parnassum*』（1725）に言及することはなく、自身の対位法の研究に際して、同書などの作曲の教科書に合わせることはなかったとされる（Schmidt 2000: 680.）。しかし、同書は19世紀の人気のある教科書の1つであり（Schmidt 2000: 680.）、ブラームスによるこの書物の写しが保存されている（Fux 1965: x iv.）。この書物の中でも、フックスが1度から8度までのあらゆる音程

の模倣の実例を挙げて考察していること (Fux 1967: 140-142., Mann 1958: 78-80.)、そしてブラームスがそれを研究していたであろうことは、ブラームス作品の中のカノンの配列を考察する際に非常に注目すべきである。

- ²⁰ Dammann は、《ゴルトベルク変奏曲》にも見られる音程カノン Intervallkanons の歴史について、次のように述べる。

比例カノン Proportionskanons と同様に、音程カノン Intervallkanons は、1450-1460 年から 1520-1530 年までの間の長い期間を持っている。音楽の 2 つの基本的な次元は、その問題意識の中で高められている。すなわち、教会旋法で作られた対位法における音程関係、および定量的音価の秩序の関係である。つまり、「空間」と「時間」のことである (Dammann 1986: 56. 邦訳：三島.)。

Dammann が述べるような、「空間」と「時間」という音楽の 2 つの基本的な次元と、筆者が述べる《ゴルトベルク変奏曲》のカノンの配列における「縦と横の関係性」は、共通点があるように思われる。すなわち、「空間」は縦の音程を、「時間」は横の時間軸を示すであろう。

- ²¹ Lee は、《ゴルトベルク変奏曲》のカノンの配列について次のように述べている。9 つのカノンは、2 つのカノンの区分の間において、音程が上昇していく順序で体系的に組織づけられているとし (Lee 2003: 29.)、「カノンの体系的な出現 (Lee 2003: 33.)」があるとする。

- ²² Mann らは、「ブラームスは 19 世紀の他の作曲家の誰よりもカノンに真の興味を抱き、op.9、op.21 [op.21-1 および op.21-2]、op.24 においてバッハのカノンの鍵盤変奏曲 [《ゴルトベルク変奏曲》、カノン風変奏曲《高き天より》BWV769、その他] を見習った (Mann; Wilson; Urquhart 2001: 5. [] は筆者による.)」と述べている (第 5 章の p.114 にて詳しく引用する.)。

- ²³ ブラームスがパレストリーナの《教皇マルチェルスのみさ *Missa Papae Marcelli*》C iv, 167 (1567) などの作品を 1850 年代中頃に入念に研究していたことはしばしば指摘される (Fellinger 1961: 87., Hancock 1984: 129., 西原 2006: 51.)。ブラームスが入念に研究したパレストリーナの作品の中にこうした顕著な数的な関係が見られることは、彼が変奏曲作品の手本としたバッハの《ゴルトベルク変奏曲》の中に数的な関係が見られることと同様に、彼の作品が数的な関係を持つことを例証しているだろう。

- ²⁴ ブラームスは変奏曲の作曲に関して、バッハの変奏曲と同様にベートーヴェンの変奏曲を手本としている (Deutsche Brahms Gesellschaft 1915: VIII: 217-218.) (第 3 章の p.55 参照.)。

ブラームスは 1876 年 8 月 20 日に友人のヘルツォーゲンベルク、エリーザベト・フォン Herzogenberg, Elisabeth von 1847-1892 に宛てて、次のようにも書いている。「私 [ブラームス] は変奏曲形式に対して特別な趣味を持っており、そして我々はこの形式に、我々の才能と能力を使うことを今なお強制することができる。ベートーヴェンはこれ [変奏曲形式] を極めて厳格に取り扱い、彼は [Variationen を] 正当に Veränderungen と翻訳することもできた (後略) (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: I: 8. 邦訳：三島. [] は筆者による.)」。

このように、ブラームスにとって変奏曲形式は特別な形式であったとともに、彼はベ

ベートーヴェンの変奏曲を非常に評価していることが分かる。とりわけ、《ディアベッリのワルツによる 33 の変奏曲 33 *Veränderungen über einen Walzer von Anton Diabelli*》op.120 においては、ブラームスが指摘する通り、ベートーヴェンは *Veränderungen* という用語を使っている。

なお、ベートーヴェンのカノン及びフーガについての研究は Misch; Mies 1967 他を挙げることができる。

- 25 ブラームスの変奏曲を分析する方法論でも、楽曲の部分同士の比率と部分と全体の比率の両方を検討することができる（第 4 章の p.69 及びその注釈 4 を参照.）。
- 26 《英雄変奏曲》の長大なフーガの中の主題提示部と、《英雄変奏曲》の主題は、同等の資格を持った単位と解釈する。そして主題提示部の後、フーガの主題が変形のコンセプト（反行、逆行等）を持って提示される度に、主題提示部と同等の資格を持った部分と解釈する。この筆者の解釈はブラームスの op.24 の長大なフーガを検討する場合と同様である（第 4 章の pp.72-73 参照.）。
- 27 ブラームスの変奏曲を分析する筆者の方法では、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏を、副次的な対象とする。その中には、音域の変更による旋律線の移動が行われている変奏もまた含まれる（第 5 章の 5-1-1. **模倣を使用する変奏とは**: pp.91-93 の「R 型の模倣の変奏」を参照.）。ベートーヴェンの《英雄変奏曲》op.35 においても、そのような音域の変更の模倣による変奏を 2 つ見出すことができる。それらは、主題と同じ 32 小節（主題はリピート記号による反復を含む.）であり同じ楽節構造を持つが、変奏の後半または変奏全体にリピート記号を持っておらず、主旋律が 4 小節以上の長さで明確な音域の変更の模倣を行っている第 6 変奏（第 9 小節からの旋律を、第 17 小節からの旋律がオクターヴの音域の変更をもって模倣している。この部分は、主題においてはリピート記号によって反復される部分である.）と第 14 変奏である（第 1 小節からの主旋律を、第 9 小節からの主旋律がオクターヴの音域の変更をもって模倣している。この部分は、主題においてはリピート記号によって反復される部分である.）。このうち第 14 変奏は、全体における配置が「 $14/21 = 2/3$ 」であり、部分同士の比率が「 $2 : 1$ 」となっている。第 7 変奏のカノンの配置「 $7/21 = 1/3$ 」、部分同士の比率「 $1 : 2$ 」と同様に、オクターヴすなわち完全 8 度の音程比「 $1 : 2$ 」を構成している。カノンと同様に、こうした音域の変更による模倣の変奏について、ブラームスの変奏曲においても非常に重要な指摘をすることができる（第 5 章参照.）。
- 28 ブラームスの変奏曲を分析する方法論でも、楽曲の部分同士の比率と部分と全体の比率の両方を検討することができる（第 4 章の p.69 及びその注釈 4 を参照.）。
- 29 《英雄変奏曲》op.35 のフーガそのものの位置について「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係を示すことはできない。これについては、《英雄変奏曲》の中の模倣を使用する変奏、及びブラームスの op.24 の中のフーガの主題の提示は厳格であり、模倣の入りの音程

が明確で、数的な関係を示すことができるのに対して、このフーガは厳格な模倣が行われておらず、模倣の入りの時点の音程が曖昧で、数的な関係を示すことができないことを指摘する。これは、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》の中の 9 つのカノンが厳格であり、模倣の入りの音程が明確で、数的な関係を示すことができるのに対して、その第 10 変奏および第 16 変奏の中のフーガ、第 30 変奏のクオドリヴェットは、模倣の音程があらゆる音程を示し、定まっておらず、数的な関係を示すことができないことと類似している。模倣の入りの音程が曖昧である、または数多くあり定まっていないという場合は数的な関係を示すことができないことが分かる。

30 《ディアベッリ変奏曲》の長大なフーガの主題提示部と、《ディアベッリ変奏曲》の主題は、同等の資格を持った単位と解釈する。そして主題提示部の後、フーガの主題が変形のコンセプト（反行、逆行等）を持って提示される度に、主題提示部と同等の資格を持った部分と解釈する。この筆者の解釈はブラームスの op.24 の長大なフーガを検討する場合と同様である（第 4 章の pp.72-73 参照.）。

31 ブラームスの変奏曲を分析する筆者の方法論では、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏を、副次的な対象とする。その中には、音域の変更による旋律線の移動が行われている変奏もまた含まれる（第 5 章の 5-1-1. 模倣を使用する変奏とは: pp.91-93 の「R 型の模倣の変奏」を参照せよ.）。ベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》op.120 においても、そのような音域の変更の模倣による変奏を 1 つ見出すことができる。それは、主題と同じ 64 小節（主題はリピート記号による反復を含む.）であり同じ楽節構造を持つが、リピート記号を持っておらず、主旋律が 4 小節以上の長さで完全 8 度上の音程の明確な音域の変更の模倣を行っている第 10 変奏である（第 1 小節からの主旋律を、第 17 小節からの主旋律がオクターヴの音域の変更をもって模倣している。この部分は、主題においてはリピート記号によって反復される部分である.）。この第 10 変奏は、全体におけるカノンの配置「19/38」（「1/2」）の、そのまた半分の位置である。すなわち、「 $19 \times 1/2 = 9.5$ 」（「 $38 \times 1/2 \times 1/2 = 9.5$ 」）であり、この「9.5」の数値は第 10 変奏の位置を示す（基数と順序数の数え方: pp.85-86 参照.）。これらのカノン及び音域の変更の模倣による変奏が、全体「38」の 1/2 と、そのまた 1/2 の比率の位置にあるということは、それらの模倣の音程がオクターヴすなわち完全 8 度、その音程比は「1:2」であることと無関係ではないと思われる。こうした関係性については、ブラームスの変奏曲においても非常に重要な指摘をすることができる（第 5 章参照.）。

32 《ディアベッリ変奏曲》op.120 の中の第 3 変奏、第 4 変奏、第 6 変奏他においても厳格な模倣を使用しているが、それらはアウフタクトを含めないと 4 小節以上持続しない。また第 6 変奏に関しては、厳格な模倣を使用する部分が全体の小節数の半数以下であるため、変奏の一部に模倣を使用するものと捉えられる。従ってこれらは考察の対象にはならない（第 5 章の p.93: 模倣を使用する変奏のうちの本論文の検討対象を参照.）。

33 ブラームスの変奏曲を分析する方法でも、楽曲の部分同士の比率と部分と全体の比率の両方を検討することができる（第 4 章の p.69 及びその注釈 4 を参照.）。

34 《ディアベッリ変奏曲》op.120 のフゲッタとフーガそのものの位置について「縦」の音程比と「横」の時間軸の関係は示すことができない。これについては、《ディアベッリ変

奏曲》の中の模倣を使用する変奏、及びブラームスの op.24 の中のフーガの主題の提示は厳格であり、模倣の入りの音程が明確で、数的な関係を示すことができるのに対して、フゲッタとフーガは厳格な模倣が行われておらず、模倣の入りの時点の音程が曖昧で、数的な関係を示すことができないことを指摘する。これは、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》の中の 9 つのカノンが厳格であり、模倣の入りの音程が明確で、数的な関係を示すことができるのに対して、第 10 変奏および第 16 変奏の中のフーガ、第 30 変奏のクオドリヴェットは模倣の音程があらゆる音程を示し、定まっておらず、数的な関係を示すことができないことと類似している。模倣の入りの音程が曖昧である、または数多くあり定まっていないという場合は数的な関係を示すことができないことが分かる。

- ³⁵ ブラームスが確実に知っていたと思われるシューマン、ローベルト Schumann, Robert 1810-1856 の《交響的練習曲 *Sinfonische Etüden* 》op.13 (1837) についても検討する。この曲の終曲がいくつかのユニットからなるかは定かではないが、少なくとも 1852 年の再版では主題の変奏である曲には変奏番号が記されているため、考察することができる。全 9 変奏のうち模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏は、第 3 変奏の完全 8 度下の音程のカノンと第 5 変奏の完全 8 度上の音程のカノンである。第 3 変奏の位置は部分同士の比率が「1:2」であり、第 5 変奏の位置は全体の中心である。いずれも、完全 8 度の音程比「1:2」と数的に一致することは興味深い。さらに、1837 年の初版では、全 12 練習曲のうちこれら 2 つのカノンは第 4 練習曲と第 6 練習曲に位置する。同様に、第 4 練習曲の位置は部分同士の比率が「1:2」であり、第 6 練習曲の位置は全体の中心である。これらが完全 8 度の音程比「1:2」と数的に一致すること、そしてどちらの版においても同様の比率の位置関係にあると思われることは注目すべきである。

第3章 伝統的音楽技法に対するブラームスの態度

この章では、伝統的音楽技法に対するブラームスの態度をまとめる。

まず、ブラームスによる古典対位法とカノンの研究について考察する。ブラームスと関係の深いバッハの《ゴルトベルク変奏曲》においてカノンが重要な様相であること、ブラームス自身も古くからのカノン書法というものを非常に重視していたことを述べる。そして、ブラームスのカノンにおいても「横と縦」の関係性を指摘できることを明らかにする。

そして、ブラームスの書簡などからブラームスと《ゴルトベルク変奏曲》が密接な関係を持っていることを示し、その《ゴルトベルク変奏曲》の中の模倣を使用する変奏すなわちカノン風の変奏は縦の音程と横の時間軸の関係を持っていることを再び確認する。そして、ブラームス作品にそれらを見出すということが適当であることを示す。

それらの前提として、まず伝統的音楽技法に対するブラームスの態度を概観する。

3-1. 概観

前章で見てきたように、西洋音楽の歴史において音楽を数の面から考察することは、ブラームス以前から、いや、むしろブラームス以前の時代の方がより活発に行なわれていた。そこで、ブラームスが伝統的音楽技法とどのように関わり、どのように認識していたかを調べ、彼の音楽に数的関係を見いだすことの妥当性について記述する。

筆者は、ブラームスの作品は伝統的音楽技法の影響が強いと考えている。この意見は、次のように裏付けされている。

伝統的音楽技法に対するブラームスの態度について音楽学者 Schmidt, Christian Martin 1942² は次のように述べている。

19 世紀においては、古い音楽への関心を顕著に示し、それが芸術家の個性に広く影響を及ぼすようになる作曲家は、おそらくブラームスにおいて他にいないであろう。

(中略) ブラームスは、とりわけ対位法の中で、固有の手作業の能力を完全にするために古い技法の腕を磨き、そして作曲上の実践のための音楽的な手段のレパートリーを拡大するという目標を持って、古い大家の作品を研究した (Schmidt 2000: 678. 邦訳: 三島.)。

このように、ブラームスが、伝統的音楽技法を音楽的な手段のレパートリーを増やすために研究したことが指摘されている。

柴田は、ブラームスはロマン主義音楽において反時代的なユニークな個性を持っていたとし、次のように指摘している。

ヨハネス・ブラームスの音楽はいかにもドイツ・ロマン派らしいゆたかな情感をたたえながら、その書法はすみずみまで構成的であり、あくまで古典的に堅固に構築

されている。(中略) ロマン主義音楽の爛熟期のさなかにあって、どうしてこのような「新古典主義」の範疇に入るような反時代的な作曲家がとつぜん生まれてきたのか。それをたんに彼の個性という理由のみから説明するのは困難であると筆者〔柴田〕はかねてから考えていた。ではいったいブラームスはどのような音楽修業を経てあのような反時代的なユニークな個性を形成していったのだろうか(柴田 1967: 345-346. [] は筆者による.)。

柴田は、ブラームスの師マルクスセン、エドゥアルト Marxsen, Eduard 1806-1887こそ「ブラームスの音楽形成に決定的な影響を与えた偉大な教師(柴田 1967: 347.)」であるとし、次のように述べている。

少しオーバーに表現するなら、ブラームスは終生マルクスゼン〔マルクスセン〕の音楽上の理念を自己の創作上の目標と合致させようとつとめていたとさえ思われるのである(柴田 1967: 347. [] は筆者による.)。

そして、「マルクスゼン〔マルクスセン〕は当時のドイツ・オーストリアのもっとも重要な作曲理論と演奏様式の楽派について、完全な知識と実践の能力を身につけていた音楽家であったと断じざるを得ない(柴田 1967: 348-349. [] は筆者による.)」と述べ、次のように続ける。

およそバロックから前古典をへて古典に至るゲルマン音楽のもっともすぐれた部分の情報を、このように豊富に効率的に受けとることのできた大作曲家は当時ブラームス以外に考えられないであろう(柴田 1967: 349.)。

ヒューズもまた同様のことを述べている。

彼〔ブラームス〕は、当時の他の重要な作曲家の誰よりも豊かな音楽史の知識をもっていた(ヒューズ 1984: 624. [] は筆者による.)。

このように、ブラームスはマルクスセンを通じて伝統的音楽技法を豊富に、効率的に受け取り、自分の音楽に取り入れていった結果、構成的で堅固な構築性を持った音楽を生み出していったと解釈することができる。

ブラームスが自分の音楽に取り入れたのはバロック音楽と古典派の音楽だけではなく、パレストリーナなどのルネサンスの音楽も含まれていたことはすでに指摘されている(西原 2006: 8., Schmidt 2000: 680.)。音楽学者ガイリンガー、カール Geiringer, Karl 1899-1989 は次のように述べる。

事実の問題としてブラームスの作曲を過去の音楽と結びつける糸は、古典期に達するばかりでなく、それより遥かに遡っている。中世の教会調、昔のネーデルランド作曲家のカノン形式における傑作、それからパレストリーナの様式、それらのすべてはブラームスの作品のうちに、その復活をことほいでいる。(中略) 五百年の間の音楽作品の産出高は、ブラームスの作品のうちに総計されている。(中略) 古い硬い形式と法則に新しい精神を充たし、古い大家達の真に創造的なルネッサンスをめざすことにブラームスは成功した (ガイリンガー 1997: 397-398. 邦訳: 山根.)。

ブラームス自身も、シューマン、ローベルト Schumann, Robert 1810-1856 らの名を挙げて、次のように述べていたとされる。

もちろん、我々 [ブラームスとシューマン、ローベルト、そしてヴァーグナー、リヒャルト Wagner, Richard 1813-1883] は [過去の音楽作品を] 模倣して学んだ。まあ、それが勤勉ということだ; ある作曲家からは多くを学び、別の作曲家からは適当に学ぶのだ (Heuberger 1976: 94. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

そして、ブラームスの伝統的音楽技法の研究の中心とその時期を、本田は次のように指摘している。

ブラームスがバッハを中心に古楽の研究に没頭するのは、1850 年代の後半からであり、それは生涯にわたって続けられた (本田 1997: 198.)。

ブラームスの伝統的音楽技法の研究の中心はバッハであり、それは 1850 年代後半から始まったことが事実だとすれば、その時期はブラームスが独立したピアノ変奏曲を出版し始めた 1854 年からの時期と重なっていることは明らかである¹⁾。

そして西原は、ブラームスのバッハ研究と、その研究成果の彼の作品への反映を次のように述べている。

彼 [ブラームス] のバッハ研究は 1850 年代から始まっており、その研究の密度は 19 世紀後半の作曲家では群を抜いており、しかもその研究成果が彼 [ブラームス] の作品創作に反映されている (西原 2006: 89. [] は筆者による.)。

ブラームスがバッハ研究を始めるのは 1850 年代からであり、その研究成果はブラームスの作品創作に反映されている。そして、ブラームスが独立した変奏曲を出版し始めるのは 1854 年からである。次項では、その時期にブラームスは具体的にどのような研究をしていたかを見る。

3-2. ブラームスによる古典対位法の研究

ブラームスは、1854 年から独立した変奏曲を出版し始めたのだが、1856 年からヨアヒムとの対位法課題の交換添削を始めている²。このヨアヒムとの対位法に関する往復書簡の中心となったのはカノンとフーガであった (Sisman 1990: 133.) が、それが行われたのは実質的には 1856 年から 1857 年までの期間である (西原 2006: 51.)。「ブラームスが古典対位法に関心をもったのは、彼がシューマン家の豊富な楽譜資料の中にパレストリーナなどルネサンスの作品をみいだしたことによるところも大きい (西原 2006: 51.)」とされる。ブラームスは 1856 年頃、カノンやフーガなど古典対位法に関心を持ち、ヨアヒムと共にその研究をしていたと見られる。

この時期、ブラームスは厳格な古典対位法の理論書を手に入れて研究を始めた。すなわち、マッテゾンの『完全なる楽長 *Der vollkommene Capellmeister*』(1739)、マールブルク、フリードリヒ・ヴィルヘルム Marburg, Friedrich Wilhelm 1718-1795 の『フーガ論 *Abhandlung von der Fuge*』(1753-1756)、そしてコッホ、ハインリヒ・クリストフ Koch, Heinrich Christoph 1749-1816 の『作曲入門試論 *Versuch einer Anleitung zur Composition*』(1782-1793) である (西原 2006: 51.)³。「これら [3 書] は 18 世紀に著された作曲の教程書で、ベートーヴェンもこれらの理論書をもちいて作曲の学習をしており、古典的な価値をもった書物であった (西原 2006: 51. [] は筆者による.)」とされる。これらの書物について、ブラームス自身はどのように言及しているのだろうか。以下に見ていこう。

ブラームスは 1855 年 11 月 28 日に、シューマン、クララ Schumann, Clara 1819-1896 に宛てて次のように書いている。

私はここで文字通り半日を古本市で過ごしているが、時間を無駄遣いせずに堪えている ; 探すことは見つけることを持ってよく報われる。しかし残念なことに、私は、マッテゾンの本はまだ何も見つけられず、マールブルクの本は最も良いものを見つけれない : それはフーガについての本である [編集者 Litzmann は注釈にて、これは『フーガ論 *Abhandlung von der Fuge*』(1753-1756) である、としている]。しかし、何と多くの異なった美しさと重要さがあることか (Litzmann 2012: Band 1: 154. 邦訳 : 三島. [] は筆者による.)。

このように、ブラームスはマールブルクの『フーガ論 *Abhandlung von der Fuge*』を重視していたことがうかがえる。

また、1855 年 12 月 24 日にはヨアヒムに宛てて、次のように書いている。

君 [ヨアヒム] は私 [ブラームス] を、素晴らしい古い本 [編集者 Kalbeck は注釈にて、おそらくこれはマッテゾンの『完全なる楽長 *Der vollkommene*

Capellmeister 』(1739) であるらしい、としている] によって、何と驚かせ、喜ばせただろうか。(中略) 私はすでにとても重要なものを発見している。すなわち、古い舞踏(ジグ)のよい記述と、説明である(Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V: 117. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

ブラームスは、マッテゾンの『完全なる楽長 *Der vollkommene Capellmeister* 』もまた重視していたことが分かる。

また、後になって、1888年2月にシューマン、クラーラに宛てて記している。

断然最も良い音楽事典はコッホによるものだ。これはドンマー、アライ・フォン Dommer, Arrey von によって新訂され、編集された(ハイデルベルク 1865)。このとても素晴らしい本は、あなた[クラーラ]がおおよそ読むことができ、あなた[クラーラ]の疑問に対して常に確実に、丹念に教えている返答を受け取ることができる(Litzmann 2012: Band 2: 336. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

それに続く 1888年2月28日の手紙には、クラーラに宛てて次のように書いている。

読むにはより重いが、しかし骨を折る価値があるのはまさしくコッホ=ドンマー[の音楽事典]である(Litzmann 2012: Band 2: 338. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

言及されているコッホの『音楽事典 *Musikalisches Lexikon* 』(1802)の記載の多くは、前述の彼の『作曲入門試論 *Versuch einer Anleitung zur Composition* 』(1782-1793)からの引用である(Ratner 1980: 133.)。それは、作曲の3つの段階を分けることで、マッテゾンの『完全なる楽長 *Der vollkommene Capellmeister* 』(1739)の *dispositio*, *elaboratio*, *decoratio* に対応している。そして、その本の中でおそらく一番重要な部分は「旋律のメカニカルな規則」を扱ったところであるとされている(Ratner 1980: 133.)。ブラームスが言及しているように、この事典は 1865年にドンマー、アライ・フォン Dommer, Arrey von 1828-1905 によって改訂され、人名を含まない音楽事典の規範となっている(Ratner 1980: 133.)。

このように、これらの古典対位法の理論書について、ブラームスは高い評価をしていたと見ることができる。これらの理論書を使って、ブラームスは伝統的な音楽理論を学んでいたと見ることができるだろう。

3-3. ブラームスによるカノンの研究

伝統的音楽技法に対するブラームスの態度について、この項ではブラームスによるカノンの研究⁴を考察しよう。

ブラームスによるカノンの研究についてこの項で扱う理由は、筆者は「ブラームスが非常に評価していた《ゴルトベルク変奏曲》の中で、カノンは変奏の最も重要な様相の 1 つである (Schuhmacher 1985: 73.)」という意見に同意するからである。

音楽評論家カルベク、マックス Kalbeck, Max 1850-1921 によれば、ブラームスは習作の変奏曲 *Phantasie über eine beliebten Walzer für Klavier* (1849) の中にすでに「最も見事に書かれたカノン」を入れている (Kalbeck 1976: 51-52., McCorkle 1984: 660.)⁵。

ロスタンはそれについて次のように述べている。「その形式 [変奏曲形式] でヨハネス [ブラームス] が当時の趣味に対していくらかの譲歩を示したにせよ、彼は常に根底では、自分自身の作品では入念であることに変わりはなかったことを示しており、ここではその書法 [カノン書法] がそうなのだ (ロスタン 2004: 上巻: 76. 邦訳: 森. [] は筆者による.)」。

このように、ブラームスは変奏曲の中にカノンを入れることによって自身の作品に入念であることを示している、と指摘されている。よって筆者は、ブラームスの変奏曲作品の中のカノンに注目することは意義があると捉える。そして、カノンは、ブラームスが非常に評価していた《ゴルトベルク変奏曲》の最も重要な様相であるということからも、ブラームスと伝統的楽技法との関係の中でブラームスとカノンについて述べることは適当であろう。

3-3-1. カノンの音程

ブラームスはヨアヒムとの対位法課題の往復書簡の中で、バッハの《フーガの技法 *Die Kunst der Fuge* 》BWV1080 からの主題を使ってあらゆる音程のカノンを作って研究していたと思われる (Vetter 1985: 463-464.)。このことは、ブラームスが手本としたバッハの《ゴルトベルク変奏曲》において、その主題から 1 度から 9 度のあらゆる音程のカノンが作られ、配置されているという事実から見て、非常に興味深いと考えられる⁶。ブラームスの手紙と共に、Vetter の指摘を引用する。

ブラームスはヨアヒムに宛てた 1856 年 4 月 27 日の手紙の中で、次のように書いている。

それから、私 [ブラームス] は 1 つ仕事を同封した。[その仕事は] 私にとっては難しく思えるので、私は君 [ヨアヒム] にお願いするか、または君に準備することを依頼したいと思う。その仕事とは、定旋律による (かなり自由な) カノンの模倣である。まだそれには音程が欠けている。それはおそらく繊細には響かないが、しかしそれはただの試みなので、難しいものだ (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V:134. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

Vetter はこの「定旋律による (かなり自由な) カノンの模倣」の仕事について、次のように論じている。

この定旋律は、バッハの《フーガの技法》からの主題であった。ヨアヒムによって次の音程のカノンが見出されている〔ヨアヒムは次の音程のカノンを作った〕：8度上の音程による2つのカノン（1つは定旋律が中声部、1つは定旋律がバスにある）、そして8度下、7度下、7度上、6度上、4度下、3度下、3度上、それぞれの音程のカノンが1つずつである。ヨアヒムは6度上の音程のカノンのところに次のように書きこんでいる：「私〔ヨアヒム〕は憂さ晴らしに、がらくたの中で君〔ブラームス〕に対してやつつけ仕事をした」。このことは、おそらくただ単に次のことを意味しているのだろう。すなわち、ヨアヒムはうっかり間違えて、ブラームスによってすでに処理された音程によって、1つのカノンを作ってしまった、ということである（Vetter 1985: 463. 邦訳：三島.〔〕は筆者による。下線の部分は強調されている。）。

このように Vetter は、このカノンの仕事をバッハの《フーガの技法》によるものであるとしている。このことは、ブラームスのバッハ研究とカノンの研究との関連において、重要なことだと思われる。

ヨアヒムは、1856年5月4日に、このカノンの仕事についてブラームスへ次のように書いている。

〔ブラームスと〕約束した通り、君〔ブラームス〕がくれた主題によるカノンの曲を作った。2つのカノンはまだ出来ていない：それらは4度上の音程、3度上の音程のカノンであるが、私〔ヨアヒム〕はここ数日に確かに〔カノンを〕書こうとしたが、旅行中で、ちょうどいいものが浮かんでこなかった。（中略）もちろん、欠けた2つのカノンは間もなく後から送る（後略）（Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V:137. 邦訳：三島.〔〕は筆者による。）。

このように、ヨアヒムはブラームスとの約束通りに、書いていない音程のカノンを必ず書くという意図があると思われる。あらゆる音程のカノンを欠くことなく全て書こうとしていたと考えられる。

1856年6月5日のヨアヒム宛ての手紙の中で、ブラームスは次のように書いている。

私〔ブラームス〕は、バッハの〔《フーガの技法》の主題による〕カノンの中では、7度下の音程のカノンが気に入った。私はその中で注意書きをつけた箇所がとりわけ美しいと思う。私が、まだカノンの素材である f-a-e 音と gis-e-a 音に至っていないということは残念だ〔これは別のカノンのことである〕。その中には、多くのことがある（Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V:139-140. 邦訳：三島.〔〕は筆者による。）。

ブラームスはヨアヒムと、あらゆる音程のカノンの出来について研究していたことがうかがえるであろう。

Vetter はこの 7 度下の音程のカノンの注意書きは手稿譜に見られるとし、さらに次のように論じている。

実際に、[《フーガの技法》の主題によるカノンの] 手稿譜には [ブラームスによって] 鉛筆でなぐり書きされた注意書きが 2 つの箇所で見られる。ブラームスによって作られた《フーガの技法》の主題によるカノンに関して、彼 [ブラームス] は、ヨアヒムの手元にあるカノンを出発点とするならば、6 度上と 6 度下、5 度上と 5 度下、2 度上と 2 度下の音程のカノン、そしてひょっとすると 1 度の音程のカノンを作っていたに違いない。残念ながらそれについて何も伝えられていないと思われる (Vetter 1985: 463-464. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

このように、Vetter の主張によれば、ブラームスとヨアヒムは、彼らの対位法課題の往復書簡の中で《フーガの技法》の主題によるカノンを、1 度あるいは 2 度から 8 度までのあらゆる音程を用いて作曲していた。そして、あらゆる音程のカノンを 2 人で分担して作り、研究していたことが分かる。《フーガの技法》の主題からあらゆる音程のカノンを作って研究していたことは、ブラームスが手本としていた《ゴルトベルク変奏曲》において、その主題から 1 度から 9 度のあらゆる音程のカノンが作られ、順次配置されているという事実から見て、非常に興味深いと言える。

そして当然のことながら、こうしたカノンのドックスとコメスの音程という数的な要素は、カノンの旋律を、和声を考慮しながら組み立てるということからして重要になってくるであろう。なぜなら、カノンのドックスとコメスの音程という数的な要素が異なってくるならば、自然と、考慮すべき和声自体も異なってくるからである。

言うまでもなく、カノンにおいて、上声部と下声部のどちらがドックスかコメスか、ということ、すなわち上の模倣か下の模倣かということもまた、この数的な組み立てと関連してくるであろう。

あらゆる音程のカノンを上の模倣か下の模倣で作るということは、カノンを、その音程などによる数的な要素によって組み立てることは明らかであり、ブラームスはそうしたカノン書法の研究も行っていたと見ることができるだろう⁷⁾。

3-3-2. カノンに見られる「横」と「縦」

前項で述べたことを示すように、ブラームスとヨアヒムとの対位法課題の往復書簡の中には、カノンの縦の和声と横の旋律の思考を見ることができる。

彼は 1856 年 4 月 27 日のヨアヒム宛ての対位法課題の往復書簡の中で、作曲したカノンについて次のように述べている。

f-a-e [の音の旋律の] カノンの中では、私 [ブラームス] は空虚な、音のない箇所が目立っているように思う。[印をつけた箇所のような] オクターヴは私にとっては邪魔をしていない。しかし、重ねられた和音の根音は、[印をつけた箇所の] h 音は [別の印をつけた箇所に] 移した方がよい。しかし、F-dur のカノンは美しい。すでに旋律の喜びが和声を伴って単旋律で演奏され、模倣が飾っている。終わりから 3 小節目の b 音と h 音を取り替えてはいけないうのか。私にはその方が美しく響く (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908:V: 133. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

ブラームスは明らかに、「重ねられた和音の根音」の配置を考え、和声を考慮してカノンの旋律を使用しているように思われる。

また、1856 年 5 月 4 日に、ヨアヒムはブラームスに宛てて書いている。

私 [ヨアヒム] は [該当するカノンの] 和声の広い音域を、大胆な個々の声部の独立を持って喜んで認めたい。しかし、それは全く落ち着いて聞こえてしまうだろう (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908:V: 136. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

私 [ヨアヒム] は循環カノンについての [ブラームスの] 講義に感謝している：君のもの [ブラームスのカノン] は全く素晴らしく、感情豊かに響く。そして、旋律の運びにおいては全く独創的なものである一方で、同時に、全体として豊かで柔らかい和声がある (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908:V: 138. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

ブラームスがカノンの音程という数的な要素を考え、縦の和声と横の旋律の関係を模索していたことは明らかであろう。

1856 年 6 月にはブラームスはヨアヒムに宛てて次のように書いている。

バッハの d-moll による君の [ヨアヒムの] 両方のカノンは、我々がその上で [バッハの《フーガの技法》の主題の上で] 行った全ての中で最も良いものだ。しかし、その主題は、より自由に、より幅広く扱われないのなら、カノンに対して全く上手くないかない。従って、私 [ブラームス] はかなりの数の旋律的な箇所を誉めなくてはならないだろう (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908:V: 146. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

このように、ブラームスは、1 つのとある主題からなるカノンの旋律を、和声を考慮しながら組み立てていたと思われる。

3-3-3. カノンの技術

前項と関連して、ブラームスのカノンの技術について触れておく。

ブラームスはヨアヒムに宛てた 1856 年 4 月 27 日の手紙の中で、カノンの作曲の技術について次のように書いている。

今、私 [ブラームス] は君 [ヨアヒム] に以前のカノンを再び同封する。そのカノンは、その中に技術が計算に入っていないが、良い音楽ではないか。もし技術的なものがあれば、より美しく、より価値の高いものにできないだろうか⁸ (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V:133-134. 邦訳：三島。[] は筆者による.)。

このようにブラームスは、カノンの作曲において、技術を計算に入れた曲は、技術を計算に入れない曲よりも美しく、より価値の高いものになる可能性があるとして述べている⁹。

同様にガイリンガーは、ブラームスの合唱曲作品のカノンについて、対位法の技巧的で錯綜した形式は、ブラームスが感動を表現する自然な手段であったということを指摘している。その部分を引用しよう。

そして [ブラームスの合唱曲作品の] カノンの技巧的形式は、それらの可憐な節の素朴で無邪気な性格に、暴力を振るうようなことはなかった。(中略) これらの作品 [op.29、op.30、op.37、op.44、op.113 の合唱曲作品] では、ブラームスは昔の巨匠たちがきずいた基礎の上に仕事をしているが、彼が単に彼らの国語とイディオム [語法] を、自分のものにただけであると言うのは正しくないであろう。ブラームスにとっては、それからまた同様に彼らにとってもまた、対位法の最も錯綜した形式は、彼の感動を表現する自然な手段だったのである。パレストリーナやバッハが彼らのテクニックに精神的な意味を与えることに成功したように、ブラームスは〈反進行〉におけるカノンや〈拡大〉によるカノンを、抒情詩の純粋な曲に変えることが出来たのであった (ガイリンガー 1997: 349. 邦訳：山根。下線、[] は筆者による.)。

ガイリンガーは、ブラームスの変奏曲作品の中のカノンについても、同様のことを述べている。彼はブラームスの op.9 の中の第 10 変奏のカノンについて次のように述べる。

バッハの《ゴルトベルク変奏曲》の例にならって、ブラームス是对位法的技巧のすべての資源を [op.9 の 4 つのカノンにおいて] 示している。(中略) この僅か一日のうちに、第 11 変奏といっしょに書きあげられた対位法の技術の〈この上なきもの〉 [であるところの第 10 変奏のカノン] が、原稿では〈薔薇とヘリオトロープが咲いた〉という上書きをつけられていることは、注目されるべきである。純粋にロマン

ティックな理念が彼「ブラームス」を最も厳格な構造上の完全さへと靈感づけることが出来たのは、ほかならぬブラームスの特性である（ガイリンガー 1997: 254. 邦訳：山根. [] は筆者による.）。

このように、ブラームスの楽曲におけるカノンでは、その技術や技巧が、感動を表現する自然な手段であったことは明らかであろう。こうした指摘は、筆者の考えと一致するものである。

3-3-4. まとめ

この項をまとめる。ブラームスとヨアヒムが《フーガの技法》の主題からあらゆる音程のカノンを作って研究していたことは、ブラームスが手本としていた《ゴルトベルク変奏曲》において、その主題から 1 度から 9 度のあらゆる音程のカノンが作られ、配置されているという事実から見て、非常に興味深いと言えるだろう。ブラームスとカノンの音程、さらにそれが上の模倣か下の模倣かということとは何か関係があるのかもしれない。筆者も第 5 章においてブラームスとカノンの音程について特に関心を持って調査したい。

3-4. 伝統的音楽技法を含む特定の作品に対するブラームスの態度

3-4-1. ブラームスと《ゴルトベルク変奏曲》との諸関係

この項では、ブラームスとバッハの《ゴルトベルク変奏曲》の関係をまとめる。

3-4-1-1. ブラームスの変奏曲と《ゴルトベルク変奏曲》の関係

ブラームスの変奏曲と《ゴルトベルク変奏曲》との関係は次のように言及されている。

《ヘンデル変奏曲》op.24 はブラームスの変奏曲芸術の頂点を意味しており、そしてバッハの《ゴルトベルク変奏曲》BWV988、ベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》op.120 によって形作られる一連の大きなピアノ変奏曲のシリーズに円滑に順応している（Schmidt 2000: 678. 邦訳：三島.）。

《ヘンデル変奏曲》[op.24] は、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》とベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》を、ここではヘンデルの B-dur の組曲からのエア、つまり最大の単純さという性質を持つ主題の上に、記念碑のような、そして変化に富んだ構造を組み立てる出発点として見なしている（Frisch 2001: 191. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

以上のようにブラームスの変奏曲との結びつきが指摘されているバッハの《ゴルトベル

ク変奏曲》については、Keller が次のように述べている。

彼 [バッハ] は遅れを取り戻し、[《パッサカリア》 BWV582 と《シャコンヌ》 BWV1004-5 に続く] 3 つ目の大きな変奏曲作品を世に送り出した。その中で彼 [バッハ] は先駆者たち [スヴェーリング、ディルク・ヤンスーゾン Sweelinck, Dirck Janszoon 1591-1652、シャイト、ザムエル Scheidt, Samuel 1587-1654、フローベルガー、ヨハン・ヤーコプ Froberger, Johann Jacob 1616-1667 ら] をはるか遠くに引き離している。全ての音型的、対位法的、和声的、リズム的な可能性を出し尽したこの作品 [《ゴルトベルク変奏曲》] は非常に並はずれたものであったため、我々は、近代的な変奏曲の歴史はこの作品からようやく始まるものと考えている。この変奏曲 [《ゴルトベルク変奏曲》] からベートーヴェンの《英雄変奏曲》や《ディアベッリ変奏曲》、さらに進んでブラームスの《ヘンデル変奏曲》[op.24] や《ハイドン変奏曲》[op.56]、レーガー [、マックス Reger, Max 1873-1916] の《バッハ変奏曲》[op.81 (1904)] や《ベートーヴェン変奏曲》[op.86 (1904)] への道は一直線である（後略）（Keller 1950: 213. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

特に、《ゴルトベルク変奏曲》からベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》、そしてブラームスの《ヘンデル変奏曲》op.24 と《ハイドン変奏曲》op.56 への、一直線の道としての結びつきを指摘できるであろう。

そして、ブラームスの変奏曲の中に、《ゴルトベルク変奏曲》との構造的な類似点があるものが存在することが指摘されている。

ベートーヴェン、シューベルト [、フランツ Schubert, Franz 1797-1828]、《ヘンデル変奏曲》[op.24] の短短長格のリズムは [op.56 の] 第 6 変奏において回帰し、op.24 のその他の再現は [op.56] のあちこちに現れる（例えば、《ヘンデル変奏曲》の第 17 変奏とミュゼットである第 22 変奏の組み合わせであるところの [op.56] の第 7 変奏である）。（中略）[op.56] の終曲のパッサカリアにおいて、段階的な縮小と拡大する音域は、この新しい形式 [パッサカリア] の終曲をはっきりと明確にしている。他方で、《交響曲第 4 番》[op.98] の最終楽章においては、[パッサカリアは] 完全に異なった種類の重要性を持っており、ブラームスはバッハのオルガンのための《パッサカリア》[BWV582] と独奏ヴァイオリンのための《シャコンヌ》[BWV1004-5] の形式上の区分を生かしている（このうち 2 つ目の曲 [《シャコンヌ》] を、彼はすでにピアノの左手のために編曲している）。一方で、この曲は《ゴルトベルク変奏曲》のダ・カーボを除いた変奏曲数である、「30」の数の変奏曲とコーダを持って書かれている。ゆったりとした変奏の「中間部」では、長調のものの中の 1 つの変奏以外はすべて（第 12 変奏から第 15 変奏のこと、最後の 2 つの変奏

はヴァーグナーの金管楽器を持っている)、その後で、主題がほとんど変えられずに第 16 変奏が回帰している；全曲を通じてこのように真ん中で回帰することは、《ゴルトベルク変奏曲》の半分の位置にある「序曲」を示唆している（後略）(Sisman 2001: 313. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

ブラームスの op.56 と同様にパッサカリアを持つ《交響曲第 4 番 4.Symphonie》op.98 (1886) と、《ゴルトベルク変奏曲》との間に構造的な類似点があると理解できるだろう。《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究において明らかにされた、フランス風序曲によって楽曲全体を「16 曲：16 曲 = 1：1」によって 2 分割するという数的な方法が、op.98 のパッサカリアにおいても示されていると言えよう。

このように、ブラームスの変奏曲とバッハの《ゴルトベルク変奏曲》との結びつきは深く、その中には数的な観点から関連を指摘できるものもあると言えるだろう。

3-4-1-2. ブラームスの《ゴルトベルク変奏曲》などへの言及

ここで、ブラームスが音楽批評家シュープリング、アードルフ Schbring, Adolf 1817-1893 に宛てた重要な手紙を引用する。そこでは、彼は変奏曲にとって重要なのは主題のバスであると述べており¹⁰、その上で彼が変奏曲の手本としたバッハらの作品を挙げている。

変奏曲の主題の中で、私 [ブラームス] にとって実際に意味があるのはほとんどバスだけです。しかし、これ [バス] は私にとって神聖なもので、それゆえに私が自分の物語を建てる土台です。私が旋律においてすることは、もてあそび、あるいは器用な遊びにすぎない。私は次のようなものを不快に思う：



もし私が旋律だけを変奏すれば、その時私は明らかにより器用に、より上品にはできないし、また確かに、感情がいっぱいになれば、優しい心が一層深くなる。与えられたバスの上では、私は実際に新しいものを創り出し、バスの中に新しい旋律を発見し、創造する。(中略) バッハの G-dur の変奏曲 [《ゴルトベルク変奏曲》]¹¹、パッサカリア [《パッサカリア》 BWV582] などを見るとよい (コラール変奏曲は別のものである)。あなた [シュープリング] は G-dur の主題をヘンデルの [変奏曲の] 中にも見つけることができるだろう (ムッフアトにも)¹²。変奏曲芸術によつ

て作られたさらに向こうの道を覗くとよいし、エルツ [、アンリ Herz, Henri 1803-1888] やその時代のより優れた作曲家の旋律の変奏曲を見るとよい。さらに、ベートーヴェンの変奏曲、そしてあなたが望むなら、私のもの [ブラームスの変奏曲作品] も見るとよい。(後略) (Deutsche Brahms Gesellschaft 1915: VIII: 217-218. 下線、邦訳：三島. [] は筆者による.)

このように、ブラームスはバス変奏曲の手本としてまずバッハの《ゴルトベルク変奏曲》と《パッサカリア》等を挙げている¹³。

では、ブラームスが手本として参照したバッハの 2 曲は、ブラームスに何らかの数的アイディアを授けたのだろうか。角倉はバッハ作品の解釈に数象徴を適用することには「疑問の余地が多い (角倉 1982: 1892.)」と述べながらも、次のように続けている。

とはいえ、数的秩序がバッハ作品の中で重要な構成要素をなすことは否定できない事実で、それは以上のような象徴的用法に限らず、楽曲構成の面にも明らかに認められる (たとえば、ハ短調パッサカリア [BWV582]、〈ゴルトベルク変奏曲〉、クラヴィア組曲の比例的構成秩序) (角倉 1982: 1892. [] は筆者による.)。

バッハの《ゴルトベルク変奏曲》と《パッサカリア》の 2 作品とクラヴィア組曲においては、比例的構成秩序が明らかに認められると言えるであろう (クラヴィア組曲 (《組曲》) における比例的構成秩序については、すでに第 2 章の pp.18-20 にて図示した.)。

ヒューズもまた、《ゴルトベルク変奏曲》について次のように述べる。

この [《ゴルトベルク変奏曲》の] 第 30 変奏 [クオドリヴェット] の後に、主題がもう一度奏され、シンメトリーに整えられた構成の最後の仕上げが行われるわけである。注目すべきことは、各変奏が、それ自体独立した曲としての完璧な音楽的意味を具えている、という点である。ここでの [《ゴルトベルク変奏曲》においての] バッハは、言わば、申し分なく仕上げられた小部分を、精緻な設計にしたがって積み上げる建築家である (ヒューズ 1984: 432. [] は筆者による.)。

以上のように、《ゴルトベルク変奏曲》と《パッサカリア》に関しては数的な関係性を指摘されている。そこで、次節において、特にその厳格な数学的基盤 (礫山; 鳴海 1996: 382.) が指摘されている《ゴルトベルク変奏曲》を考察する。そしてその中で、数的な関係をまとめる。

3-4-1-3. 《ゴルトベルク変奏曲》に関する過去の数的な研究

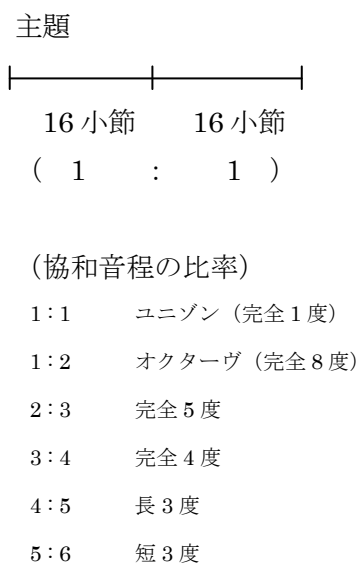
《ゴルトベルク変奏曲》に関しては、数的なものを含め、多くの研究が行われている¹⁴。

3-4-1-3-1. 《ゴルトベルク変奏曲》と数

バッハの《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究 Dammann 1986、Michels 2001、Wolff 1969 において、以下に列挙するような数的な関係が指摘されている。筆者の解釈と合わせて考察する。

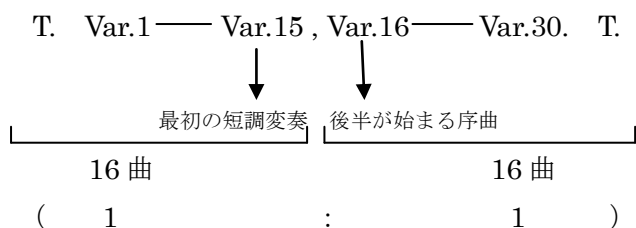
- ① バッハの他の作品（《組曲》・《パルティータ》）の曲のように、《ゴルトベルク変奏曲》の主題の小節数は単純な整数比（協和音程の比率）に区分することができる（Dammann 1986: 35-36.）。これは、縦の音程比と横の時間軸の思考と解釈できよう（図 3-1）。

図 3-1 : 《ゴルトベルク変奏曲》の主題に見られる協和音程の比率による区分



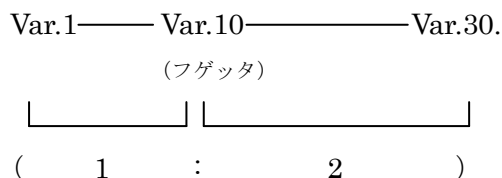
- ② 主題の小節数による区分を、変奏番号で数えた場合の《ゴルトベルク変奏曲》の楽曲全体の区分に反映させることができる。楽曲全体も、単純な整数比（協和音程の比率）に区分することができる（Dammann 1986: 35-36.）。これもまた、縦の音程比と横の時間軸の思考と解釈できる（図 3-2）。なお、変奏番号で数えた場合の楽曲全体の区分を行うに当たり、各変奏の小節数が一定ではないことも指摘しておく。

図 3-2 : 《ゴルトベルク変奏曲》の楽曲全体に見られる協和音程の比率による区分



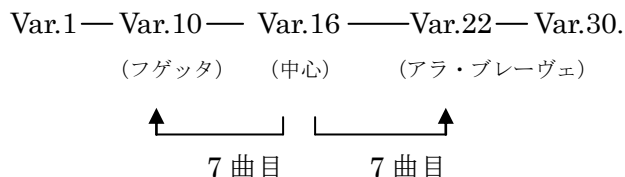
- ③変奏番号で数えた場合、フゲッタなどの特殊な変奏の配置も、楽曲全体における単純な整数比（協和音程の比率）の位置にある（Michels 2001: 312-313.）¹⁵。これもまた、縦の音程比と横の時間軸の思考と解釈できよう（図 3-3）。

図 3-3 : 《ゴルトベルク変奏曲》の特殊な変奏の配置に見られる協和音程の比率による配置



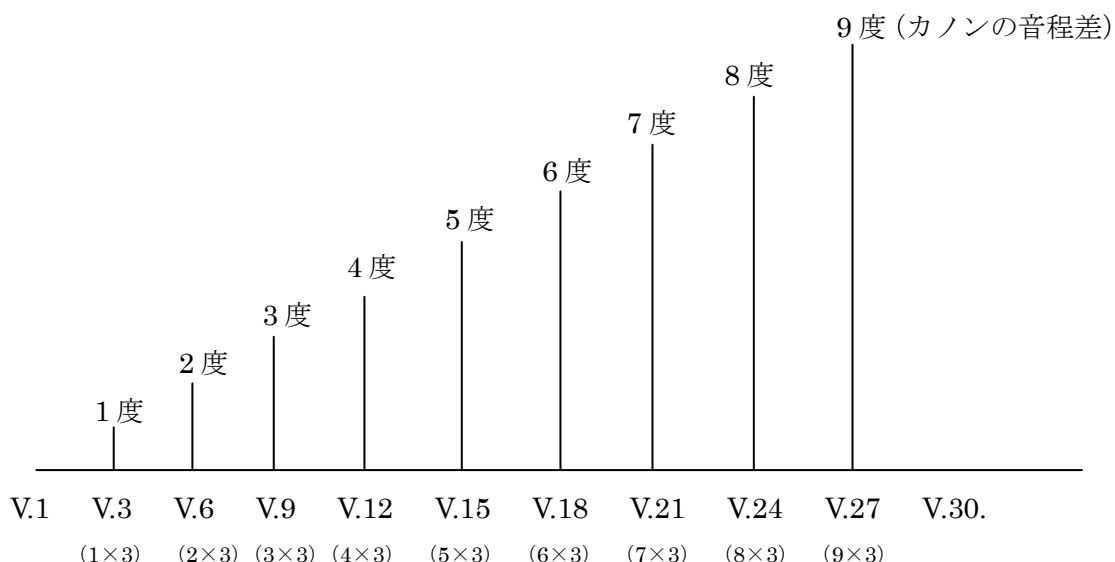
- ④フゲッタとアラ・ブレーヴェというオリジナルの題名を持ったただ 2 つの変奏の配置が、楽曲全体の中心から同じ曲単位での時間の位置にある（Wolff 1969: 154.）¹⁶。楽曲の中心から見ると、それらの変奏の配置は変奏番号の 1 曲単位での時間が等しいと解釈できる（図 3-4）。

図 3-4 : 《ゴルトベルク変奏曲》の中の変奏番号の 1 曲単位での時間による変奏の配置



- ⑤カノンの配置状況について、3 曲×10 の変奏グループのそれぞれの最後にカノンが配置されており、そしてカノンの音程差は増加する音程に従っている（Wolff 1969: 152-154., Dammann 1986: 69-71.）¹⁷。筆者は、楽曲の出発点から見て、カノンの音程差という「縦」と、変奏番号による 1 曲単位での時間という「横」に関係があると解釈した（第 2 章の pp.23-24 参照.）（図 3-5）。

図 3-5 : 《ゴルトベルク変奏曲》に見られる、変奏番号の 1 曲単位での時間による変奏曲の配置とカノンの音程差との関係 (V. = Variation を表す)



まとめると、《ゴルトベルク変奏曲》は以下に列挙するような数的構造を持つと解釈できる。

- ①②主題構造と楽曲の全体構造との間の（協和音程の比率関係による）数的な関係
- ③協和音程の比率関係による変奏の配置
- ④変奏番号の 1 曲単位での時間を考慮した変奏の数的な配置
- ⑤変奏番号の 1 曲単位での時間を考慮した変奏の配置とカノンの音程差との数的な関係

これらの数的関係は、①②③において縦の音程比と横の時間軸の思考、⑤において縦のカノンの音程差と横の時間軸の関係を指摘できる。④においては⑤のような変奏番号の 1 曲単位での時間を考慮した変奏の配置が見られる。

分析者から見た《ゴルトベルク変奏曲》の数的な関係において、筆者は特に縦の音程と横の時間軸の関係を指摘する。その中で、特に縦のカノンの音程差と横の時間軸の関係を強調できるであろう。

なお、《ゴルトベルク変奏曲》においては、模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏という本論文の対象は、そのまま 1 度から 9 度までの 9 つのカノン風の変奏のことを指し示す。これらの 9 つのカノン風の変奏の模倣の音程は各ユニットの中で 1 つずつであり、定まっている。それに対して、第 10 変奏および第 16 変奏の中のフーガ、第 30 変奏の

クオドリヴェットの中の模倣の音程は、各ユニットの中であらゆる音程を示し、定まっていない。そのため、これらのカノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏においては、数的な関係を検討することができない。

従って、《ゴルトベルク変奏曲》のカノン風の変奏における数的な関係は、すなわち《ゴルトベルク変奏曲》の模倣を使用する変奏における数的な関係とすることができる。

3-4-1-3-2. 《ゴルトベルク変奏曲》とベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》との関連

前項において、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》における数的な関係を示した。また、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》とベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》、そしてブラームスの変奏曲の結びつきはすでに先行研究において指摘されている。

この項で検討するのはベートーヴェンである。ベートーヴェンは《ゴルトベルク変奏曲》を熟知しており、彼の《ディアベッリ変奏曲》は《ゴルトベルク変奏曲》と同じく数的な配列およびグループ分けを持つとする研究（Zenck 1985）を見る。

Zenck は、ベートーヴェンは《ゴルトベルク変奏曲》が入ったバッハの曲集を予約しており、「ベートーヴェンがバッハの変奏曲チクルスを熟知していたということは、ただ間接的に立証されうるものでしかない（Zenck 1985: 29.）」としながらも、次のように述べている。

作曲学、音楽史、美学の点から考察した、本文の上記の箇所〔キルンベルガーが《ゴルトベルク変奏曲》の主題、またカノンの配列を例に挙げていることなど〕が、このバッハの作品〔《ゴルトベルク変奏曲》〕が、ベートーヴェンの時代に広く知られていた作品の中の1つであったということを示しているという一方で、他方では、音型の変化の中における対位法的な作業を含めたものの中に根拠づけているところの、この作品の並はずれた地位は、ベートーヴェンの同時代人によって認識されていた。事実、この点で、《ゴルトベルク変奏曲》こそまさに、《ディアベッリ変奏曲》の手本となったのである（Zenck 1985: 35. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

このように、ベートーヴェンは《ディアベッリ変奏曲》において、対位法的な作業などの点で、《ゴルトベルク変奏曲》を手本としたとされる。

さらに Zenck は、《ディアベッリ変奏曲》には、《ゴルトベルク変奏曲》の2部分の構造「15曲×2=30曲」あるいは、カノンの配列「3曲×10=30曲」のような、数的な配列およびグループ分けがあるとする。すなわち、変奏のグループによって「10曲×3=30曲（+3曲）」という数的な配列およびグループ分けがあるとしている（Zenck 1985: 90-92.）¹⁸。

ベートーヴェンはその《ディアベッリ変奏曲》において、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》を「手本」とし、その数的な配列の影響を受けたと見られると解釈できるであろう。

これらのことから、この節をまとめる。

3-4-2. まとめ

すでに指摘されたことであるが、ブラームスはバッハの《ゴルトベルク変奏曲》を変奏曲の「手本」として挙げており、その《ゴルトベルク変奏曲》には数的な関係が見られる。そして、ベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》もまた、《ゴルトベルク変奏曲》を「手本」としており、その数的な配列の影響を受けたとされる。ブラームスの変奏曲は、これらの《ゴルトベルク変奏曲》とベートーヴェンの《ディアベッリ変奏曲》との間に、「一直線」の結びつきがある、とされる。これらのことから、次の問題設定が可能である。

すなわち、数的な関係においてベートーヴェンは過去の変奏曲の影響を受けた。

ブラームスの変奏曲においても、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》から導き出されるような、縦の音程と横の時間軸の関係を持った数的構造を示すことができるかどうか、検討するべきである。

《ゴルトベルク変奏曲》に見いだすことのできる数的な関係の有無をブラームスのピアノ変奏曲に求めるのは、理にかなっていることであると思われる。このことは、ブラームス作品と伝統的音楽技法との関わりから見ても十分妥当であろう。さらにそれを裏付けるように、ブラームスがバッハ作品を中心的に研究しており、そのバッハ作品は数的思考を持つことがわかっている。

3-5. まとめ

この章では、伝統的音楽技法に対するブラームスの態度をまとめた。

まず、ブラームスによる古典対位法とカノンの研究について述べた。その中で、特にブラームスとカノンの音程、そしてそれが上の模倣か下の模倣かということは何か重要な関係性を持つのかということを問題提起した。

そして、ブラームスとバッハの《ゴルトベルク変奏曲》が密接な関係を持っていることを示し、その《ゴルトベルク変奏曲》の模倣を使用する変奏は縦の音程と横の時間軸の関係などを持っていることを再確認した。そして、ブラームス作品にそれらを見出すということが適当であることを示した。

¹ ブラームスの弟子、イェンナーは次のように指摘している。「ブラームスの、素晴らしく満ち溢れる力と独自性の中に彼の構築力をよく知りたいと思うものは誰でも、彼の変奏曲を研究し、彼の数ある作品の中にそれらがどのように散りばめられているのか学ぶのがよいだろう；それ以外、この巨匠 [ブラームス] の工房の中に深い洞察を得られるものはどこにもないだろう (Jenner 1989: 50-51. [] は筆者による.)」。ブラームスの構築力を知りたいと欲するならば、彼の変奏曲作品を研究することが適切であると解釈できる。

² Meurs は次のように指摘している。「ブラームスの危機の年月 [シューマン、ローベル

トの闘病と死（1856年）などの年月]、そして研究の年月の中には、2つの仕事の領域がはっきりと際立っている：それは、対位法の技法と変奏の技法である（Meurs 2008: 114. [] は筆者による.）。この時期にブラームスは、対位法の技法と変奏の技法の2つの技法を中心に研究していたと見られる。

- 3 これらの書物のうち、マールブルクの『フーガ論』は *Die Musik in Geschichte und Gegenwart* 中の「Imitation 模倣」の項目において参照されている（Sachs 2000: 524.）。ブラームスが入念に研究したこの作曲の教科書は、作曲上の模倣技法の歴史において、重要な位置づけがなされていると捉えられる。
- 4 ブラームスの、1850年代のミサ曲や合唱作品の中のカノン技法についての研究は Ingo 1988 他がある。ブラームスは、バッハやパレストリーナらの作品の手稿譜などを集めていたが、「民謡の幅広いコレクションと、様々な古典的なカノンもまた存在する（Geiringer 1983: 465.）」とされている。
- 5 ブラームスは、この変奏曲を 1849年4月14日にハンブルクで演奏している（MacCorkle 1984: 660.）。
- 6 あらゆる音程のカノンを創作するという作曲法は、すでに17世紀に行われている。17世紀末のイタリアの代表的な理論家であるベラルディ、アンジェロ Berardi, Angelo c. 1636-1694 の著作『音楽の書 *Documenti armonici* 』（1687）は、17世紀における実践としての対位法の完全な解説書であると形容される（Larsen III 2001: 302.）。その第2巻には、あらゆる音程のカノンを作曲する規則が書かれている（Larsen III 2001: 302.）。彼は、例えば1度の音程のカノンと3度の音程のカノンを作曲する規則を区別しており、カノンの時間差についても規則を細かく分けている（Cahn 2000: 1695.）。
すでに指摘したように、ブラームスは、その中であらゆる音程の模倣を考察しているフックスの『パルナッソス山への階梯 *Gradus ad Parnassum* 』を写して研究している（第2章の注釈19を参照せよ.）。ブラームスは明らかに、あらゆる音程のカノンを創作するという作曲法に強い関心を抱いて研究していたことだろう。そして、ブラームスが変奏曲作品の手本とした《ゴルトベルク変奏曲》におけるあらゆる音程のカノンの配列が、ブラームスの変奏曲の中のカノンの配置に影響を及ぼしたことは想像に難くない。
- 7 カノンの作成方法に関しては、Gosman 2000 他の研究を参照されたい。
- 8 Meurs は、技術に関してのブラームスのこの言葉について、次のように述べている。

これ[この言葉]は、彼[ブラームス]の決定的な問いである。それは、他の作曲家達に対する、彼[ブラームス]の決定的な問いでもある。彼[ブラームス]は、例えば5度と8度のコレクションに没頭していた[Schenker 1933を参照されたい]。平行5度と平行8度は、古典対位法の規則に対する禁則であると考えられる。ブラームスは、これに関して彼が見つけたおよそ全てのものを、彼のコレクションの中に記入した：平凡な同僚に関してだけでなく、（はるかに興味深いことに）彼にとって良質で、価値の高かった全ての人に関してもであった：つまり、バッハ、モーツァルト、ベートーヴェン、メンデルスゾーン[、フェーリクス Mendelssohn, Felix 1809-1847]、シューベルト[、フランツ Schubert, Franz 1797-1828]、シューマン[、ローベルト]、[その他、省略]である。その際、彼は同僚に細かなことを言う教師を気取っていたというのは的を外れている。その代わりに彼は、非常に興味深

いことに、禁則を様々な項目に分類している：①正しい、良い；②美しく表情豊かで个性的；③その両方；④はかない、表面的；⑤悪い、間違っている；⑥考えると疑わしい、の6項目である。言い換えるならば、次のようなことである：芸術の規則に従えば、誤りは、正しく、美しくさえなりうる—しかし時として、1つの明らかな考えに達することは、ブラームスにとって難しいことだった (Meurs 2008: 116. 邦訳：三島. [] は筆者による.)。

ブラームスの言葉に対する Meurs のこの指摘から、他の作曲家達に関する、作曲の技術の規則についてのブラームスの態度を伺い知ることができる。ブラームス研究の中でのこうした言及から、ブラームスは作曲する際に技術を重視していたという一方で、その規則のみに頼ることは避けていたという可能性を指摘できるかもしれない。

- 9 ヨアヒムは 1854 年 6 月 27 日の書簡の中で、ブラームスを「建築士 Baumeister」と呼び、op.9 においてカノンなどの技術を隠していることを誉めている (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V: 45.)。

- 10 ブラームスは 1856 年 6 月にヨアヒムに宛てて、また後には弟子のイェンナーに向けて、変奏曲におけるバスの重要性について述べている (Deutsche Brahms Gesellschaft 1908: V: 146-147., Jenner 1989: 49.)。

- 11 ブラームスにとってバッハの《ゴルトベルク変奏曲》はどのようなものだったか、次のように指摘されている。「ブラームスは、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》を特別に好んでいた (Helms 1971: 35.)」。「それ [《ゴルトベルク変奏曲》] は当分、彼 [ブラームス] の毎日のパンであり、様々な心身の試練の中で彼を助けた (Kalbeck 1908: 461. [] は筆者による.)」。

1865 年 2 月にブラームスは、彼の母の死を知らせ、彼にウィーンからハンプルクに来るようにという電報を受け取った。その時、彼の友人のゲンスバッヒャー、ヨーゼフ Gänsbacher, Josef 1829-1991 は、ブラームスが出立を前に、しばらくピアノに向かっていてのを見つけた。彼は頬に涙を流しながらバッハの《ゴルトベルク変奏曲》を演奏していた。彼は友人が来たことを気にかけるのではなく、ただこう言った。「まるで油のようだ」 (Kalbeck 1908: 461.)。つまり、ブラームスはバッハの《ゴルトベルク変奏曲》が自分の苦しみを和らげてくれることを表現しようとしていた (ロスタン 2004: 下巻: 58.)。

これらの指摘から、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》はブラームスにとって特別な意味を持った作品であったことを理解することができる。

またブラームスは、1855 年 11 月 6 日にシューマン、クラーク宛ての手紙の中で、次のように書いている。「私 [ブラームス] は昨日、マルクスセン先生の前で演奏した。彼が十分満足してくれたので、私は本当に幸せだった。私はとてもたくさん演奏した、バッハの変奏曲も演奏した (Litzmann 2012: Band1: 146.)」。Horne は、これはおそらく《ゴルトベルク変奏曲》である、としている (Horne 1989: 261.)。

ブラームスにとって非常に重要な師であり、彼に伝統的音楽技法を教授したと見られるマルクスセンの前で、彼はバッハの《ゴルトベルク変奏曲》を演奏し、そのことを記していることから、ブラームスにとってこの曲は特別な存在であったことを想像することができる。

- 12 Sisman は次のように指摘している。ブラームスは、ヘンデル、ジョージ・フリデリック Handel, George Frideric 1685-1759 の《シャコンヌ 62 の変奏付き *Prélude et*

chaconne》HWV442 (1732) のシャコンヌの主題と、ムッフアト、ゴットリーブ Muffat, Gottlieb 1690-1770 の《チェンバロ作品集 *Componimenti musicali*》(c. 1739) からの G-dur のシャコンヌの主題として現れている、《ゴルトベルク変奏曲》の主題の最初の 8 小節のバス・ラインと和声進行を参照している (Sisman 1990: 134.)。

このうちヘンデルのシャコンヌにおいて、全 62 変奏の中の最後の変奏である第 62 変奏（その位置関係の音程比はユニゾンである）に、完全 8 度下の音程のカノンが配置されていることは注目すべきである。このことは、ベートーヴェンの変奏曲において、カノンの配置がその音程比に基づいていたと見られることと類似している。ヘンデルのシャコンヌとベートーヴェンの変奏曲を、ブラームスが参照し、それを明言していることは、ブラームスの変奏曲作品において、模倣を使用する変奏の配置がその模倣の音程比に基づいていることを示唆している。

¹³ Keller は、《ゴルトベルク変奏曲》の各変奏は主題のソプラノの旋律ではなくバスの基本線を基礎としており、この作品はシャコンヌとみてよいとしている (Keller 1950: 214.)。

¹⁴ Breig 1975、Street 1987、Cohen 1996 等の研究がある。

¹⁵ バッハの《パッサカリア》BWV582 においても同様の数的な比例区分がされることはすでに本論文の第 2 章の pp.20-21 にて示した (Michels 2001: 310-311.)。

¹⁶ 《ゴルトベルク変奏曲》の中心を軸に、これらの変奏の位置においてシンメトリーが確認できる。《ゴルトベルク変奏曲》全体が中心を軸にシンメトリーを持っているという研究もある (Baxter 1986)。

¹⁷ このカノンの配列はすでにキルンベルガーによって指摘されている (Kirnberger 2010: II: Zweyte Abt.: 172.)。

¹⁸ Zenck による、《ディアベリ変奏曲》におけるこの数的なグループ分けは、第 2 章の pp.28-34 にて指摘したような、筆者による当該作品の模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配置の数的な関係とは関連しないだろう。しかしいずれにしろ、ベートーヴェンの変奏曲が数的な関係を持つことは、筆者の分析からも、他者の分析からも示唆されることである。

第4章 音楽諸要素間の数的関係を把握する方法

ブラームスの変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏に数的な関係を見出すためには、縦の音程と横の時間軸との関係を調べるのが重要であることは既に述べた。本章では、この関係を明らかにするための分析手順について述べる¹⁾。

筆者は、第2章、第3章で見てきたような音楽における縦と横の関係は、シンメトリーという概念で説明できると考えた。この章ではまず、シンメトリーの概念について整理し、楽曲分析のためのツールとする。

続いて、これらの概念を使って実際の分析(第5章)を行う2つの手順について述べる。2つの手順とは、①DIRS:「模倣の音程差と回転のシンメトリー Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」、②RIRS:「模倣の音程比と回転のシンメトリー Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」である。なお、本論文で用いる分析においては、変奏の数え方や数値の計量の仕方に独特な方法を用いているため、この章の最後にその解説を付す。

4-1. 音楽におけるシンメトリーについて

4-1-1. 用語の定義

本論文では、シンメトリーという用語を次のように定義する。

シンメトリーとは同じ形を持っていること(同型対応)であり、合同、相似の概念を含む。回転、鏡映、膨張の形態があり、それらが組み合わせられることもある。

4-1-2. 主題の変形におけるシンメトリー

一般に、音楽において主題を変形させる基本的な方法の1つは、主題の基本形 prime を、反行形(転回形) inversion、逆行形 retrograde、逆行反行形 retrograde inversion、加えて拡大形 augmentation、縮小形 diminution に変化させることであると言えよう。この思考は、平凡社の『音楽大事典』の「主題」の項目に次のように述べられている。

主題が楽曲の中で取り扱われる方法にはいろいろあるが、まず対位法的取扱いとしては主題の模倣があり、模倣の仕方に反行、逆行、拡大、縮小などがある。次にソナタなどに見られる主題労作がある。これは主題を動機に分解して、そこから再び新しい形を組み立てたりするやり方であるが、主題の拡大、縮小、転回なども含まれる(渡 1982: 1115.)

このような主題の変形は、バロック音楽や古典派の音楽、セリー音楽においてはもちろん、バロック以前の時代やロマン派の時代においても存在していた。ホフスタッターはカノンにおける主題の変形を次のように述べている。

〔カノンの〕複雑化の第一段階は、主題の「模倣」が、拍子のみならず音高をもずらせて入ってくる時に出現する。(中略) 複雑化の第二段階は、各声部の速度が等しくない時に出現する。すなわち、第二声部は第一声部より二倍速かったり遅かったりする。前者は縮小、後者は拡大と称される(主題が縮んだり伸びたりするように聞こえるからだ)。(中略) カノン構成の複雑化の第三段階は、主題の転回〔反行〕である。つまり、もとの主題が跳び上がるところでかならず跳び下りる旋律を、それも全く同数の半音で作るのである。(中略) 最後に、最も難解な「模倣」として逆行模写がある―主題を後ろから逆に奏するのだ。(中略) どのタイプの「模倣」も、そのどれからの主題を完全に回復しうるという意味で、原主題のあらゆる情報を保存していることに注目してほしい。このような伝達保存の変形は、しばしば同型対応〔同型写像、**isomorphism**〕と称され、そして本書〔ホフスタッターの著書『ゲーデル、エッシャー、バッハ』〕はもろもろの同型対応と多くのかかわりをもつことになる(ホフスタッター 2005: 24-25. 邦訳: 野崎. [] と太字は筆者による.)。

この指摘はカノンにおける主題の変形についてのものだが、音楽における一般的な主題の変形にも適用できるだろう。なぜなら、ある主題が基本形から反行、逆行、拡大、縮小と形を変えて現れることは、その主題が同型対応という考え方を持って呈示されていると解釈することができるからである。上の引用からも明らかなように、同型対応とは、「情報を保存する変換(ホフスタッター 2010: 66.)」と定義されている。同型対応とは、主題の形状の情報を模倣させることと理解できる。

セリー音楽においても、主題の変形は同型対応を持って変化させられると捉えられる。コープはセリー音楽について次のように述べる。

逆行形(**retrograde**)は音列の基本形を後ろから並べたもの、反行形(**inversion**)は音列の基本形を上下逆さまに並べたもの、逆行形の反行形(**retrograde inversion**)は音列の基本形を上下逆さまにして後ろから並べたものを示す。シェーンベルクが、ドイツの作曲家たち(特にベートーヴェン以降)が用いてきた動機発展の原理を、さらに展開して変化させたことに注目したい(コープ 2011: 42. 邦訳: 石田.)。

カノンやセリー音楽における主題の変形は、基本形を、同型対応を持って変化させることであると解釈できる。

このように、ある主題を、同型対応を持って変化させていく場合、その変化はシンメトリーと言う概念で説明できるであろう。なぜなら、主題の反行形、逆行形を作ることは、もとの主題の上下対称、そして左右対称の形を作ることと同じであると考えられるからである²。

シンメトリーを強化する概念について、ウェードは次のように述べている。

ひとくちにシンメトリーないし対称性と言っても中身は多様だが、それらに共通する要素を理解する上で、「合同（同じ形であること）」と「周期性」の概念が役立つ。ほとんどのシンメトリーは何らかの形でこのふたつの要素を含んでおり、どちらかが欠けると対称性の低下や喪失につながる（ウェード 2011: 2. 邦訳：駒田.）。

「合同」とは「その図形を適当に移動すると、もう一つの図形とぴったり重なり合うこと（山田 1997: 464-465.）」、「周期性」とは「対称性において各要素の間隔が一定であること（ウェード 2011: 58.）」である。つまり、合同は、図形が同じ形であることを表しており、同型対応を成していることと解釈できる。周期性は各要素の間隔が一定であること、つまり各要素が同じ尺度の同じ間隔で計ることができることと解釈できる。ウェードはさらに続ける。

シンメトリーにはさらに、回転と鏡映という 2 種類の基本的な現れ方がある。どちらも合同や合致の概念、つまり向きは違っても互いに対応する部分が一致するということに基づいている（ウェード 2011: 4. 邦訳：駒田.）。

「回転」とは「点を中心としたアイソメトリックな移動。360° 回転させる間に元の図形に 2 回以上重なり合う場合、その図形は回転対称である（ウェード 2011: 58.）」と述べられている。「アイソメトリー」については「ある図形を合同な図形上に重ね合わせるような移動または変形。そのままの向きの場合も、裏返す場合もある（ウェード 2011: 58.）」とされている。

そして、「鏡映」とは「二次元では鏡映線、三次元では鏡映面を中心として等尺で鏡像となるように移動させること（ウェード 2011: 58.）」であり、「鏡映対称」とは「左右が反転した像が反射軸[対称軸]をはさんで配置され、裏返しの場合になっている[対称のこと]。二次元で反射軸が 1 本だと線対称と呼ぶ（ウェード 2011: 4. [] は筆者による.）」とされる。

回転対称においては、同型対応を成す図形を、縦から横あるいは横から縦に回転させることが可能である（この回転対称は、横の時間軸と縦の音程の関係に応用できる.）。

鏡映対称は、主題の変形における反行、逆行として捉えられる。なぜなら、前述のように、それぞれもとの主題の上下対称、そして左右対称の鏡像の形を作ることであるからである。

主題の変形における拡大・縮小は、シンメトリーの概念の中の「膨張」という概念で表される。つまり、「膨張」とは「中心点から放射状に伸びる直線を利用した拡大（または縮小）によって生じる、対称図形の変形（ウェード 2011: 59.）」であり、「膨張対称」とは「元の形と幾何学的に相似な形を作っていく[対称のこと]（ウェード 2011: 6. [] は筆者による.）」である。

シンメトリーの概念を組み合わせることで様々な形態を作ることにも可能である。例えば、「鏡映」と「膨張」とを組み合わせると、主題の「逆行」と「拡大」とを組み合わせた形態を作ることができる。それらの組み合わせによって同一の主題から様々な形態を生み出すことができることは、例えばバッハの作品やセリー音楽による作品において顕著に示されているであろう³。

このように、主題の変形とシンメトリーの図形概念は、明らかに親和性をもっている。

以下に主題の変形（反行形、逆行形、逆行反行形、縮小形、拡大形）におけるシンメトリー（鏡映、回転、膨張）および数列におけるシンメトリーをまとめて図示する（図 4-1）。

主題の基本形「ドミソ」の下に鏡を置いて鏡映のシンメトリーを作ると主題の反行形「ドラファ」となり、右に鏡を置いて鏡映のシンメトリーを作ると主題の逆行形「ソミド」となる。主題の基本形「ドミソ」を回転させると主題の逆行反行形「ファラド」が作られる。主題の基本形「ドミソ」を膨張させると主題の拡大形「ドーミーソ」となる。そして、主題の基本形「ドミソ」を縦に回転させると垂直の和音「ドミソ」となる（図 4-1-1）。

図形におけるシンメトリーも同様である。特に回転のシンメトリーを実行すると縦と横の関係になることが注目される（図 4-1-2）。

図 4-1：主題、図形におけるシンメトリー

図 4-1-1：主題におけるシンメトリー

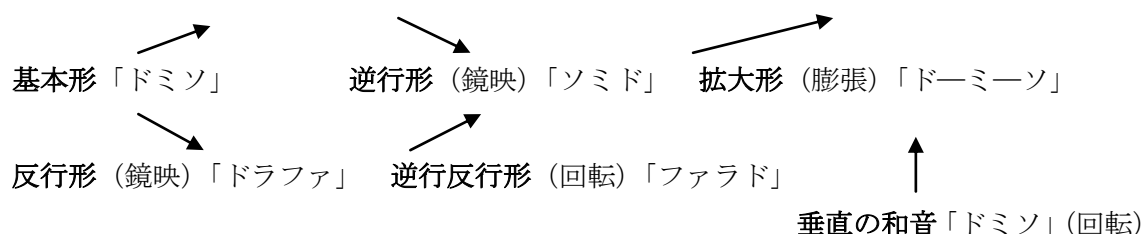
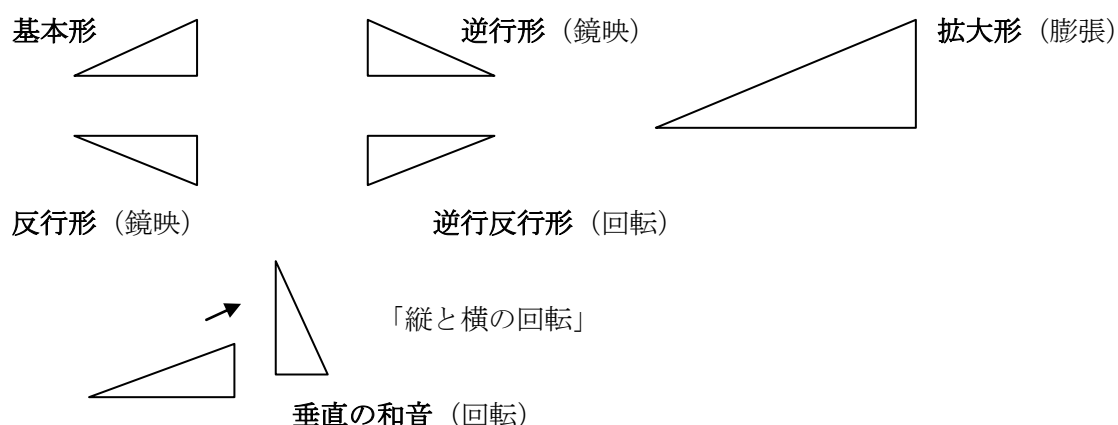


図 4-1-2：図形におけるシンメトリー



とりわけ、縦と横の「回転」によるシンメトリーについては、《ゴルトベルク変奏曲》、パレストリーナのミサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》、柴田によるバルトークの黄金分割の研究を始め、第 2 章と第 3 章において述べてきたような模倣を使用する楽曲における縦の音程と横の時間軸の関係が、「回転」のシンメトリーであることを指摘できるだろう。

4-1-3. まとめ

この項の内容をまとめる。まず、主題を模倣し変形させることは、シンメトリーの概念を用いて説明できる。

そして、特に「回転」のシンメトリーの概念によって第 2 章と第 3 章で見てきたような縦と横の数的な関係を見出すことができる。すなわち、《ゴルトベルク変奏曲》における模倣の音程差と、楽曲全体における模倣を使用する変奏の位置関係との間の回転のシンメトリー、パレストリーナのミサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum* 》におけるカノンの音程差とカノンの時間差との関係における回転のシンメトリー、さらにベートーヴェンの変奏曲作品における模倣を使用する変奏の模倣の音程比とその配置における回転のシンメトリーである。

4-2. 本論文における分析の方法論

本論文の分析では、基本的に縦と横の「回転」のシンメトリーの概念を使用する。本論文の分析においては、楽曲の中で単位化して数的に比較できるものは何を検討してもよいと考える。

では本論文の中で使用する 2 つの分析の方法論を述べていこう。すなわち、DIRS: 「模倣の音程差と回転のシンメトリー Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」と、RIRS: 「模倣の音程比と回転のシンメトリー Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」を説明する。

4-2-1. 「回転のシンメトリー」

①DIRS: 「模倣の音程差と回転のシンメトリー Degrees of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」

Dammann、Wolff による《ゴルトベルク変奏曲》の研究などから、筆者は《ゴルトベルク変奏曲》において、模倣の音程差という縦と、大きな楽曲の中の 1 曲単位で見た時の横の時間軸に関係があり、それらの間に「回転」のシンメトリーが見られるということを読み取った。模倣の音程差を数えるということは、科学的に正しいというよりも、西洋音楽

の中で伝統的に勘定されてきた数え方であると言えよう。

筆者の分析では、変奏曲作品において、まず模倣を使用し、かつその音程の定まっている変奏の、模倣の音程を把握する。

さらに、その模倣の先行声部と後行声部の関係性はどちらが上声か下声かを見る。すなわちその模倣は上の模倣か下の模倣かを把握する。

その模倣が上の模倣であれば、その模倣による変奏から、その模倣の音程差の数だけ、演奏する個々の曲を変奏番号（楽曲のユニット）に従って昇順の順番で数える。その模倣が下の模倣であれば、その模倣による変奏から、その模倣の音程差の数だけ、演奏する個々の曲を変奏番号（楽曲のユニット）に従って降順の順番で数える。

その結果、楽曲の出発点などの区切りの部分に当たるか、模倣を使用する他の変奏に行き着き、再びその位置の変奏から同様の検討を継続して行うことが可能であれば、そこには模倣の音程差という縦と、大きな楽曲の中の 1 曲単位で見た時の横の時間軸に数的な DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」があると見なす。この方法を対象のブラームスの 7 つの変奏曲作品において等しく行う。

②RIRS: 「模倣の音程比と回転のシンメトリー Ratio of Intervals of imitation and Rotational Symmetry」

Dammann、Wolff、Michels による《ゴルトベルク変奏曲》の研究や、筆者によるベートーヴェンの変奏曲作品の分析から、筆者は模倣の音程比と、楽曲全体におけるその模倣を使用する変奏の位置関係との間に関連があると推測する（第 2 章のベートーヴェンの変奏曲の分析: pp.28-34、及び第 3 章の 3-4-1-3-1. 《ゴルトベルク変奏曲》と数: pp.56-59 を参照.）。

筆者の分析では、変奏曲作品において、まず模倣を使用し、かつその音程の定まっている変奏の、模倣の音程を把握し、その音程を比率すなわち音程比として算出する。

次に、楽曲全体の変奏回数（ユニット数）を基にその変奏の位置関係を把握する。

続いて、その変奏の位置関係と、楽曲全体におけるその模倣の音程比の位置関係を比較する。楽曲全体における模倣の音程比の位置関係を見る際には、その比率が全体における前半部分の比率になる時と、部分同士の比率になる時の両方を検討する⁴（筆者は第 2 章の p.17 の音程比の図と、pp.18-20 の Damman の研究を鑑みて、全体における前半部分の比率を主体的なものとして、部分同士の比率は副次的なものとして捉える.）。

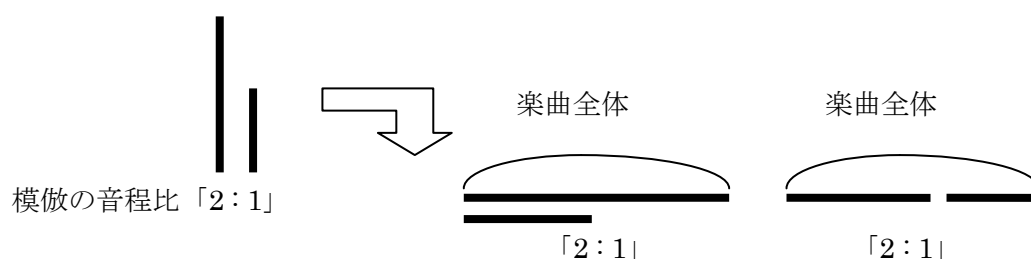
また、作品全体を第 1 部分、第 2 部分に分けることができる場合は、作品全体と共に、第 1 部分、第 2 部分それぞれを 1 つの楽曲全体として捉えて分析する（op.35 の第 1 巻と第 2 巻などのことを指す.）。

そして、この 2 つの間に関連があるかを見る。すなわち、模倣の音程の比率と、楽曲全体の変奏回数（ユニット数）を基にした時の、実際にそれらの変奏が配置されている位置

の比率関係との間に、RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」あるいはその他の数的な関連が見られるかどうかを調べる。この方法を対象のブラームスの 7 つの変奏曲作品において等しく行う。

以下に、完全 8 度の模倣の音程を持つ変奏の場合を図示した。その模倣の音程比は「2:1」であり、楽曲全体におけるその変奏の配置が、全体における前半部分の比率および部分同士士の比率「2:1」の位置関係にあるかどうかを調べる（図 4-2）。

図 4-2：完全 8 度の模倣の音程を持つ変奏の場合の RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」



楽曲全体におけるその変奏の配置：全体における前半部分の比率；部分同士士の比率

これらの 2 つの方法論を用いて、ブラームス作品の分析を行う。すなわち、DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」を第 5 章の 5-2 にて、RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」を第 5 章の 5-3 にて行う。

4-2-2. 変奏のユニットによる変奏の数え方

これら 3 つの分析の方法論を実行するためには、楽曲全体における変奏のユニットの数、すなわち変奏の回数を把握することが重要になる。

変奏の回数に基づいて数的な関係を整理するために、変奏曲全体において主題が変奏されて繰り返される回数を把握する。7 つの変奏曲作品それぞれにおいて、主題が変奏される回数を明らかにする。

ブラームスの変奏曲作品において、終曲以外の個々の変奏では 1 つの変奏番号のついた 1 つの変奏に主題が 1 回使用されている。従って、終曲以外の個々の変奏は、その変奏回数に変奏番号と等しい。しかし、終曲は楽曲の規模が大きく、主題が複数回変奏されて使用されていると見られる場合がある。こうした場合、終曲は変奏回数を 1 回と捉えるのではなく、複数回認めなければならない。

変奏曲形式は区分的変奏曲と連続的変奏曲に分けられる（角倉 1983: 2307.）が、ブラームスのピアノ変奏曲のうち変奏曲形式による終曲においてはそのどちらかの形式が使われている。また、終曲に長大なフーガ形式が使用されている場合もある。従って、これらの形式それぞれにおいて、終曲における主題の変奏回数をどのように把握するかを検討しな

ければならない。

終曲が区分的変奏曲形式である場合（op.21-1、op.21-2、op.35）は、筆者は複縦線を変奏の区分の目安として主題を複数回認める。複縦線を区分の目安にするのは、ブラームスの変奏曲作品では、個々の変奏の楽節が複縦線によって区分されていることが多く、また個々の変奏同士は全て複縦線によって区分されているためである。終曲においても、複縦線によって楽節や個々の変奏の区分が行われていると思われる。

終曲が連続的変奏曲形式である場合（パッサカリアの終曲を持つ op.56b の場合）は、オスティナートの繰り返しは複縦線で区分されていない。この場合、筆者はオスティナートの主題が繰り返される度に、1つの区分とする。その理由を以下に説明する。

op.56b の終曲は、確かに「Finale」という1つの曲名が与えられている。しかし、筆者は長大な「Finale」を主題と同等の単位として捉えることには無理があると考え。なぜなら、ブラームスの他の変奏曲作品において、1つの曲名あるいは1つの変奏番号が与えられている長大な終曲（op.21-1、op.21-2、op.35 の終曲）は複数の変奏のユニットからなることが明かで、主題が複数回変奏されていることが明白であるためである。ブラームスの変奏曲作品においては、1つの曲名あるいは1つの変奏番号が1つの変奏のユニットを示しているわけではないと推測される。

op.56b の終曲「Finale」を同様に捉えたと、複縦線は記されていないものの、それがいくつかのユニットに分かれていることが見てとれる。

すなわち、op.56b は全体が変奏曲であるが、終曲それ自体が主題と変奏を構成している（西原 2006: 206.）。つまり、終曲のパッサカリアにおいて再び主題と変奏が行われている。

この終曲のパッサカリアの主題について Orel は、ブラームスはパッサカリアの主題の中にハイドンの主題の最も主要な特徴を統合している、と述べている（Orel 1923: 313-314.）。Orel は、この「パッサカリアの主題の中に統合されたハイドンの主題の最も主要な特徴」とは具体的に、①下行するテトラコード、②オルゲルプンクト、③付点リズム、であると指摘している。MacDonald はこの終曲のパッサカリアの 5 小節の主題を、ハイドンの主題の「核心」と呼んでいる（MacDonald 2001: 218.）。このハイドンの主題の「核心」であるパッサカリアの主題によって、終曲のパッサカリアの主題と変奏が行われていると解釈できる。

つまり、パッサカリアの主題はハイドンの主題の一部を切り取ったものであると同時に、それを統合し、「核心」として1つにまとめたものであるという観点を指摘できる。このことは、終曲のパッサカリアの主題は、それらの主題の小節数の大小の異なりに関わらず、ハイドンの主題と同等に扱えることを示唆している。筆者の観点では単位を抽出する際に主題のユニットを問題とするため、主題の小節数の大小の異なりを考慮する必要がない。

では、終曲のパッサカリアにおける主題と変奏と、それ以前のハイドンの主題と 8 つの変奏はどのように捉えられるだろうか。この場合、連続的変奏曲形式である op.56b の終曲、パッサカリアにおいては、主題と変奏すなわちオスティナートのそれぞれの 5 小節の繰り返し

返しを、変奏の個数として終曲以前の 8 つの変奏と同等に扱うことが可能であると考え⁵。なぜなら、Dammann も示しているように、各変奏同士の小節数が一定でないとしても、変奏の個数として同等に扱うことが可能であるためである（Dammann 1986、本論文の pp.56-57 参照。）。どのような大きさの小節数を持つ「主題と変奏」であろうとも、変奏の個数として同等の資格を持った単位と考える。

以上のように、終曲が連続的変奏曲形式であり、かつその主題がおおもとの主題を要約したものであると認められる場合、それらの主題は同等の資格を持った単位と考える。

続いて、終曲が長大なフーガ形式である場合（フーガを終曲に持つ op.24 の場合）を検討する。《ゴルトベルク変奏曲》などにおいて見られる、主題と同じ楽節構造を持つフーガ形式による変奏とは異なり、op.24 のこのフーガ形式による長大な終曲全体は複縦線では区分されていない。この場合、筆者は長大なフーガの主題提示部を 1 つの区分とし、その後フーガの主題が異なる変形のコンセプト（拡大、縮小、反行、逆行等）を持って提示される度に、1 つの区分とする⁶。その理由を以下に説明する。

フーガ形式と変奏曲形式は 2 つの異なる楽曲形式である。しかし、「変奏曲とフーガ」という 1 つの全体として見るならば、フーガといえども変奏と見なす要素があると考えられる。フーガを変奏というアスペクトから観察するならば、ある 1 つの指摘ができるかもしれない。

フーガは同一主題を模倣技法によって反復するものであり、変奏曲は同一主題を、変奏技法を駆使して反復するものである。変奏曲もフーガも、同じ材料が入っているものをどう区分するかという作業がある。変奏曲においては、作曲家は個々の変奏を複縦線によってあらかじめ区分する。一方、長大なフーガにおいては、作曲家はそれを区分しておらず、分析者が区分する作業が必要になる。

長大なフーガを反復という点で区分するならば、その主題提示部を 1 つの区分とすることが適当であろう。フーガの主題は 1 つの核であるが、それを 1 つの区分とすることは適当ではない。それは、2 声のカノンで 2 つの区分とはしないことと同様であろう。

op.24 の終曲に関しては、「Fuga」という 1 つの曲名が与えられている。しかし、筆者は長大な「Fuga」を主題と同等の単位として捉えることには無理があると考え。なぜなら、ブラームスの他の変奏曲作品において、1 つの曲名あるいは 1 つの変奏番号が与えられている長大な終曲（op.21-1、op.21-2、op.35 の終曲）は複数の変奏のユニットからなることが明らかで、主題が複数回変奏されていることが明白であるためである。ブラームスの変奏曲作品においては、1 つの曲名あるいは 1 つの変奏番号が 1 つの変奏のユニットを示しているわけではないと推測される。

同様に op.24 の終曲「Fuga」を捉えれば、複縦線は記されていないものの、それがユニットに分かれていることが見てとれる。フーガに関しては、主題提示部を持ってそれがフーガであることを認識する。すなわち主題提示部はフーガの核となる部分である。繰り返すが、数的な考察を行うためにフーガをユニットに分けるとするならば、その核となる主

題提示部を1つのユニットとして認めることが適当であろう。

次に、op.24 のフーガの主題提示部以降の部分を検討する。主題提示部の後、フーガの主題が厳格に提示される度に、それぞれ別の変形のコンセプトが使用されている。すなわち、フーガの主題の重音による変形、反行形による変形、拡大形による変形、そして最後に再び重音による変形である（本章の pp.78-79: 表 4-3 参照.）。これらはフーガの主題を変形したものであり、そしてそれぞれの主題の後に続くエピソード群もまた、それぞれの変形のコンセプトを受け継いでいることは明らかである。筆者はこれらをフーガの主題提示部と同等に扱うと解釈する⁷。

一般に、聴き手が長大なフーガを聴く時、その主題を認識すると同時に、その主題の変形を認識するであろう。まず、フーガの主題提示部における主題の数によってそのフーガの声部数を認識し、その後主題が反行、拡大等のコンセプトを持って変形されていくにつれ、1つのユニットとして認識するとも考えられる。変奏曲の中でのユニットの認識は、主題を単位とする区分と変奏技法によるものとするならば、フーガの中でのユニットの認識は、そのフーガの主題提示部を単位とする区分と主題の変形のコンセプトによるものと言えるかもしれない。

次に、「変奏曲とフーガ」という楽曲の数的な考察のもとでは、フーガの中での各ユニットは、それまでの変奏の各ユニットと同等の資格を持った単位として認められるかどうかを考察する。まず、変奏曲の中に長大なフーガが配置されている作品において、楽曲全体をユニットに分けるという数的な観点を重視した場合、長大なフーガ全体を1つのユニットと見なすこと、あるいはフーガの主題が出現するたびに逐一1つのユニットと見なすことよりも、主題が変形のコンセプトを持って出現するたびに1つのユニットと認識することの方が理解しやすいと思われる。そしてそうであるならば、「変奏曲とフーガ」の楽曲全体を数的に把握してユニットに分ける際、フーガの中での各ユニットは、それまでの変奏の各ユニットと同等の資格を持った単位として認めることができるかもしれない。なぜなら、「変奏曲とフーガ」という楽曲において、フーガの核である主題提示部に、それまでの変奏曲の主題の核心が要約されていることが考えられるからである（op.56b における前述の Orel の指摘は興味深い: 本章の p.71 参照.）。そして、フーガの核となる主題提示部が1つのユニットであり、それが変形のコンセプトを持って提示される度に1つのユニットとして捉える。フーガを変奏というアスペクトから観察するならば、このようにも解釈できるだろう。

以上のように、変奏曲作品において終曲が長大なフーガ形式である場合、筆者はその主題提示部とおおもとの主題と同等の資格を持った単位として扱い、そして同等の尺度で扱うという方法を取る。そして、フーガの主題が変形のコンセプトを持って提示される度に、1つの区分として同等に認める⁸。

以上説明したように、op.56b の終曲であるパッサカリアの主題と op.24 の終曲であるフーガの主題提示部は、変奏曲のおおもとの主題を使用したものであるが、それらが変奏・

変形され繰り返される回数を 1 つの単位として認める。

では、このような方法を用いて、7 つの作品それぞれの終曲において主題が変奏される回数、すなわち終曲のユニット数を明らかにしよう。また、終曲での変奏回数（ユニット数）を考慮した上で、楽曲全体において主題が変奏される回数、すなわち楽曲全体のユニット数を把握する。

4-2-2-1 op.9

op.9 の終曲

op.9 の終曲である第 16 変奏は、1 つの変奏番号のついた 1 つの変奏である。よって、op.9 全体において主題が変奏される回数は、その変奏番号と同じく 16 回である。

4-2-2-2 op.21-1

op.21-1 の終曲

op.21-1 の終曲である第 11 変奏には 2 つの変奏が含まれている（表 4-1；譜例 4-1）。終曲までの変奏回数は 10 回なので、op.21-1 全体において主題が変奏される回数は、 $10 + 2 = 12$ 回である。便宜上、終曲の 2 つの変奏は、「第 11 変奏」、「第 12 変奏」と呼ぶ。

表 4-1：op.21-1 の終曲の中の変奏

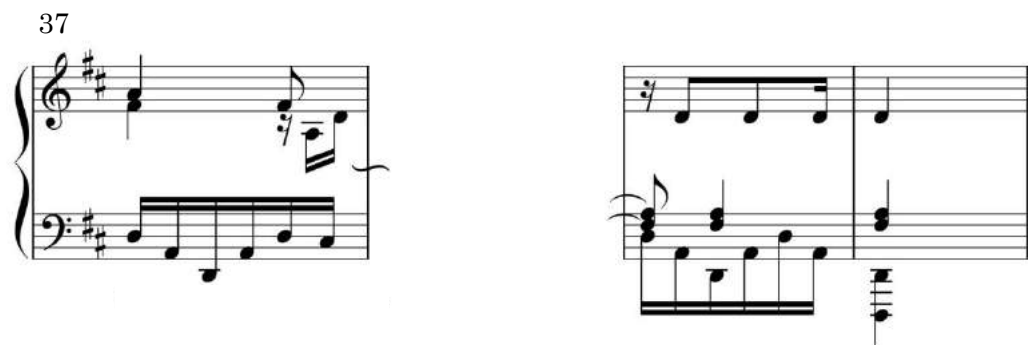
| | 終曲までの変奏 | 終曲の区分 | |
|-----------------|--------------------|----------------|-----------------|
| 譜面に記された変奏番号 | 第 1 変奏～ 第 10 変奏 | 第 11 変奏（終曲） | |
| 本論文において検討する変奏番号 | 第 1 変奏～ 第 10 変奏 | 「第 11 変奏」 | 「第 12 変奏」 |
| 小節番号 | 省略 | 第 1 小節～第 36 小節 | 第 37 小節～第 89 小節 |

譜例 4-1：op.21-1 の終曲の中の 2 つの変奏

①主題の楽節構造と全く同じ厳格な楽節構造を持つ変奏、「第 11 変奏」



②主題の楽節構造とは異なる自由な楽節構造を持つ変奏、「第 12 変奏」



4-2-2-3 op.21-2

op.21-2 の終曲、Allegro

op.21-2 の終曲である Allegro には、5 つの変奏が含まれている（表 4-2；譜例 4-2）。終曲までの変奏回数は 13 回なので、op.21-2 全体において主題が変奏される回数は、 $13 + 5 = 18$ 回である。便宜上、終曲の 5 つの変奏は、「第 14 変奏」、「第 15 変奏」、「第 16 変奏」、「第 17 変奏」、「第 18 変奏」と呼ぶ⁹。

表 4-2：op.21-2 の終曲の中の変奏

| | 終曲までの 変奏 | 終曲の区分 | | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|-----------|---------------|-----------|---------------|------------|--------------|--------------|
| 譜面に記 された変 奏番号な ど | 第 1 変奏～ 第 13 変奏 | Allegro (il doppio Movimento) | | | | | | | |
| 本論文に おいて検 討する変 奏番号 | 第 1 変奏～ 第 13 変奏 | 「第 14 変 奏」 | | 「第 15 変 奏」 | | 「第 16 変 奏」 | | 「第 17 変奏」 | 「第 18 変奏」 |
| 小節番号 | 省略 | 1～8 | 9 ～ 30 | 31～41 | 42～ 61 | 62～73 | 74～ 101 | 102 ～ 120 | 121 ～ 129 |

譜例 4-2 : op.21-2 の終曲の中の 5 つの変奏

①D-dur による主題の変奏、「第 14 変奏」

1 **Allegro (il doppio Movimento)**

②D-dur による主題の変奏、「第 15 変奏」

31

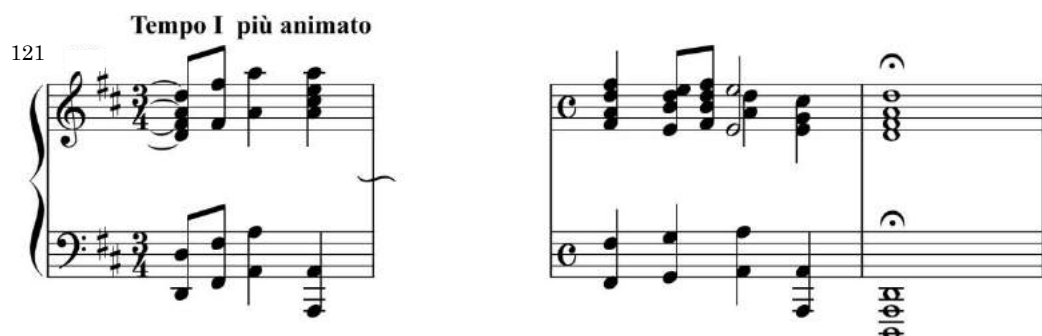
③b-moll による主題をもとにしたカノン風の変奏、「第 16 変奏」

62

④D-dur による主題の変奏、「第 17 変奏」

102

⑤D-dur によるもとの主題の提示（変奏）、「第 18 変奏」



4-2-2-4 op.23

op.23 の終曲

op.23 の終曲である第 10 変奏は、1 つの変奏番号のついた 1 つの変奏である。よって、op.23 全体において主題が変奏される回数は、その変奏番号と同じく 10 回である。

4-2-2-5 op.24

op.24 の終曲、Fuga

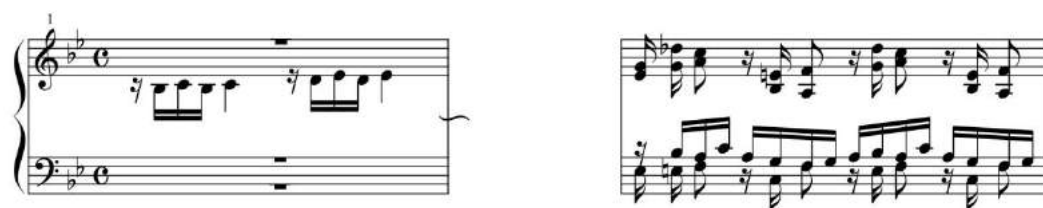
op.24 の終曲である Fuga には、主題の 5 つの変形が含まれている（表 4-3；譜例 4-3）。終曲までの変奏回数は 25 回なので、op.24 全体におけるユニットの数は、 $25 + 5 = 30$ である。

表 4-3 : op.24 の終曲の中の変奏

| | フーガの区分 | | | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------|------|----------------------|------------|-----------------------|------------|--------------------------|------------|----------------------|-------------|
| 譜面に記された変奏番号など | Fuga | | | | | | | | | |
| 本論文において検討する変奏番号（ユニット番号） | 「第 26 部分」 主題提示部 | | 「第 27 部分」 重音による変形 | （重音による部分） | 「第 28 部分」 反行形による変形 | （反行形による部分） | 「第 29 部分」 拡大形、短調による変形 | （拡大形による部分） | 「第 30 部分」 重音による変形 | （重音による部分） |
| 小節番号 | 1～8 | 9～10 | 11～12 | 13 ～ 30 | 31～32 | 33 ～ 48 | 49～52 | 53 ～ 74 | 75～76 | 77 ～ 109 |

譜例 4-3 : op.24 の終曲、フーガの中の主題の 5 回の厳格な提示

①フーガの主題提示部、「第 26 部分」



②重音によるフーガ主題の厳格な提示、「第 27 部分」



③反行形によるフーガ主題の厳格な提示、「第 28 部分」



④拡大形、短調によるフーガ主題の厳格な提示、「第 29 部分」



⑤重音によるフーガ主題の厳格な提示、「第 30 部分」



4-2-2-6 op.35

op.35 第 1 巻の終曲

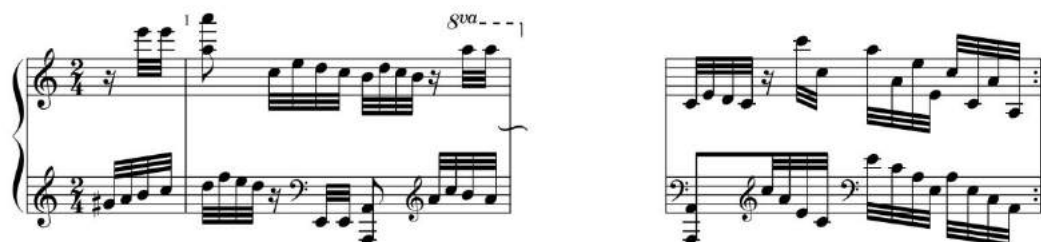
op.35 第 1 巻の終曲である第 14 変奏には、2 つの変奏が含まれている¹⁰（表 4-4；譜例 4-4）。終曲までの変奏回数は 13 回なので、op.35 第 1 巻全体において主題が変奏される回数は、 $13 + 2 = 15$ 回である。便宜上、終曲の 2 つの変奏は、「第 14 変奏」、「第 15 変奏」と呼ぶ。

表 4-4：op.35 第 1 巻の終曲の中の変奏

| | 終曲までの変奏 | 終曲の区分 | | |
|-------------------------|--------------------|--------------------|---------------------------------------|---------------------|
| 譜面に記された 変奏番号 | 第 1 変奏～ 第 13 変奏 | 第 14 変奏 | | |
| 本論文において 検討する変奏番 号 | 第 1 変奏～ 第 13 変奏 | 「第 14 変奏」 | 主題の後半と主 題の前半を使用 した自由なカデ ンツ部分 | 「第 15 変奏」 |
| 小節番号 | 省略 | 第 1 小節～ 第 16 小節 | 第 17 小節～ 第 35 小節 | 第 36 小節～ 第 82 小節 |

譜例 4-4 : op.35 第 1 巻の終曲の中の 2 つの変奏

①主題の楽節構造と全く同じ厳格な楽節構造を持つ変奏、「第 14 変奏」



②主題の楽節構造とは異なる自由な楽節構造を持つ変奏、「第 15 変奏」



op.35 第 2 巻の終曲

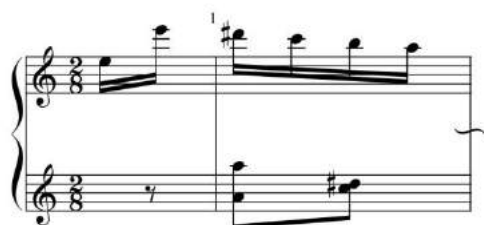
op.35 第 2 集の終曲である第 14 変奏には、5 つの変奏が含まれている (表 4-5; 譜例 4-5)。終曲までの変奏回数は 13 回なので、op.35 第 2 巻全体において主題が変奏される回数は、 $13 + 5 = 18$ 回である。便宜上、終曲の 5 つの変奏は、「第 14 変奏」、「第 15 変奏」、「第 16 変奏」、「第 17 変奏」、「第 18 変奏」と呼ぶ。

表 4-5 : op.35 第 2 巻の終曲の中の変奏

| | 終曲まで の変奏 | 終曲の区分 | | | | | |
|-----------------------------|------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------------------------|--------------|--------------|
| 譜面に記 された変 奏番号 | 第 1 変奏 ～ 第 13 変奏 | 第 14 変奏 | | | | | |
| 本論文に おいて検 討する変 奏番号 | 第 1 変奏 ～ 第 13 変奏 | 「第 14 変奏」 | 「第 15 変奏」 | 「第 16 変奏」 | 自由なカ デンツ部 分 (2/4 拍子) | 「第 17 変奏」 | 「第 18 変奏」 |
| 小節番号 | 省略 | 1～16 | 17～40 | 41～64 | 65～73 | 74～88 | 89～101 |

譜例 4-5 : op.35 第 2 巻の終曲の中の 5 つの変奏

①主題の楽節構造と全く同じ厳格な楽節構造を持つ変奏 (2/8 拍子)、「第 14 変奏」



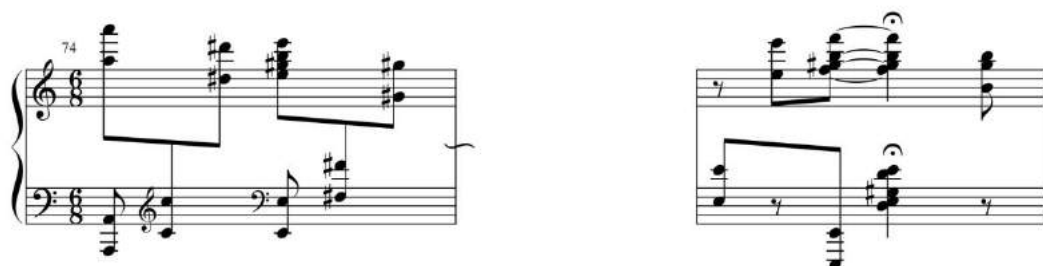
②主題の楽節構造と全く同じ厳格な楽節構造を持つ変奏 (2/8 拍子)、「第 15 変奏」



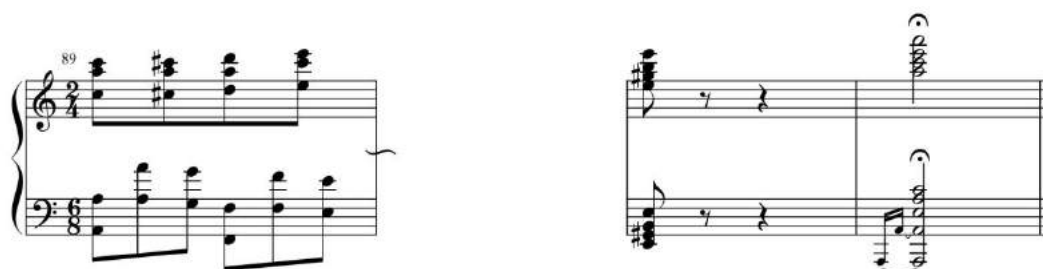
③主題の楽節構造と全く同じ厳格な楽節構造を持つ変奏（2/8 拍子）、「第 16 変奏」



④主題の楽節構造とは異なる自由な楽節構造を持つ変奏（6/8 拍子）、「第 17 変奏」



⑤主題の楽節構造とは異なる自由な楽節構造を持つ変奏（右手 2/4 拍子、左手 6/8 拍子）、「第 18 変奏」



4-2-2-7 op.56b

op.56b の終曲、パッサカリア

op.56b の終曲であるパッサカリアには、18 個の変奏が含まれている（17 個のオスティナートの繰り返し + 1 個の主題の変奏）。終曲までの変奏回数は 8 回なので、op.56b 全体において主題が変奏される回数は、 $8 + 18 = 26$ 回である。

以上のように、ブラームスのピアノ変奏曲 7 作品それぞれにおいて、終曲において主題が変奏される回数（ユニット数）を明らかにした。また終曲での変奏回数を考慮した上で、

楽曲全体における変奏回数（ユニット数）を把握した。

第 5 章では、これらの楽曲全体の変奏回数（ユニット数）を基に 2 つの分析手順を実行する。

4-2-3. 複数の尺度による変奏の数え方

DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」と RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」の 2 つの分析手順を実行するに当たり、それぞれの解釈の中で数の尺度の相違という問題が現れてくる可能性がある。本節においては数に関する尺度の問題を扱い、2 つの分析方法それぞれにおける数の尺度を明らかにし、その妥当性を見る。また、この 2 つの分析方法を実行する際、楽曲全体から比率の値を割り出した時に、その値の位置が第何変奏に当たるのかを明確にするための手順を述べる。

すでに述べたように、2 つの分析を実行する際に、それぞれの解釈の中で数に関する尺度の相違という問題が現れてくる可能性がある。本項では、以下に列挙する 4 つの場合の数の尺度を明らかにし、その妥当性について検討する。

- ①変奏を変奏番号（ユニット番号）という 1 曲単位で数えることについて
- ②楽曲の主題を小節数で数えることについて
- ③全音階を音程差で数えることについて
- ④音程を音程比、振動数比で計ることについて

まず、数の尺度にはどのようなものがあるか考える。平凡社の『新版心理学事典』（藤永 1981）では、数の尺度について 4 つの段階を区分している。

心理学で用いる数量のなかには、便宜的な指標にすぎぬものから、数学で定義される「数」と同格のものまで含まれる。精神物理学者 Stevens, S. S. 1906-1973 は、尺度の型に 4 つの段階を区分した（1951）（吉田 1981: 357.）。

4 つの段階とは比率尺度、距離尺度、順序尺度、名目尺度のことである。対象または現象に数値を割り当てることが正当である場合、これらの尺度を適用させるためには、経験的な関係系 A （当該領域における諸要素の性質、例えば知覚数、態度変数など）と数の関係系 R （例えば実数、自然数など）との間に一種の同型関係 *isomorphism* ないし準同型関係 *homomorphism* が成り立つ必要がある。経験的な関係系 A と数の関係系 R との間に同型写像 f が成り立つとき、「 A, R, f 」を尺度という。1 つの尺度「 A, R, f 」に対して、「 A, R, g 」がやはり 1 つの尺度であり、 f と g との間に相似変換 $\phi(x) = ax$ が成り立つとき、その尺度を比率尺度 *ratio scale* という。 f と g との間に 1 次（線型）変換 $\phi(x) = ax + b$ が成り立つとき、これを距離尺度（間隔尺度）*interval scale* という。 ϕ に順序だけしかつけられない場合、順序尺度 *ordinal scale* という。「数」が分類符合としての意味しかもたない場合、名目尺度 *nominal scale* とよぶ（吉田 1981: 357.）。

順序尺度の場合、対象を大きい（または小さい）方から順に並べて、大小の順序をつけることはできても、それら対象同士の差は全て等しいわけではない。距離尺度の場合、対象同士の差は全て等しいが、絶対零点は固定できない。比率尺度の場合、絶対零点が意味を持ち、対象 a は対象 b の何倍である、と表現できる（吉田 1981: 357-358.）。温度感覚はその適例で、手で触れた対象 a がほかの対象 b よりも暖かい（冷たい）というのは順序尺度、温度計で測って「 $a-b$ 」の差を知るのは距離尺度、熱力学と気体分子運動論により a は b の何倍の運動量か立言するのは比率尺度である（吉田 1981: 358.）。

数の尺度について、以上のような 4 つの段階を理解することができる。

次に、前述したような、本論文における 4 つの場合の数の尺度を検討する。

まず③を検討する。全音階の音程差は、同じ 2 度の幅であっても、全音である場合と半音である場合が考えられ、各音程差の距離が等しいわけではないため、順序尺度によって大小の順序をつけていると言える。

次に④を検討する。音程比、振動数比を割り出すことは、対象 a は対象 b の何倍である、と表現することであるため、比率尺度であると言える。

続いて②を検討する。楽曲の主題の小節数を数えることは、1 小節ごとの距離は一定である上に、数量としても捉えられると考えられるため、距離尺度、比率尺度で数えることであると言える。

最後に①を検討する。変奏を変奏番号（ユニット番号）という 1 曲単位で数えることは、対象となる個々の変奏の小節数が一定でない場合、その距離が等しいわけではないため、順序尺度によって大小の順序をつけていると言える。

その一方で、変奏曲を扱った先行研究においては、対象となる個々の変奏の小節数が一定でない場合であっても、変奏番号によって段階的に数えることも（Dammann 1986 参照.）、変奏番号による変奏の個数を全体の比率を計る上での数量的な単位とすることもあり（Michels 2001 参照.）、変奏番号（ユニット番号）で数えていくことが距離尺度、比率尺度の単位となることもありうると思われる¹¹。これらの先行研究において、変奏曲作品の中の個々の変奏を明らかに距離尺度や比率尺度によって取り扱っている。それらを根拠にすることによって、筆者は本論文の第 5 章において、ブラームスの変奏曲作品の中の個々の変奏を距離尺度、比率尺度によって取り扱う。

まとめると、③全音階の音程差を数えること、と①変奏を変奏番号（ユニット番号）という曲単位で数えること、の組み合わせは、順序尺度から見て数の妥当な数え方であると言える。そして、④音程を音程比、振動数比で計ること、と①変奏曲を変奏番号（ユニット番号）という曲単位で数えること、の組み合わせは、比率尺度から見て数の妥当な数え方であると言える。

すなわち、③と①において共通する順序尺度によって DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」を、④と①において共通する比率尺度によって RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」を検討することは妥当である。

以上のように、音楽における諸要素間の尺度は、例えば①の場合のように、その解釈によってやや流動的で、非常に厳格に分かれるわけではない。しかし、相互に異なる尺度の性質上、次のようなことはあってはならない。すなわち、③全音階の音程差を数えること（順序尺度）と、④音程を音程比、振動数比で計ること（比率尺度）、の2つの異なる尺度を数的に同一の尺度として捉える、例えば2つの音程差の数値を音程比の比率として捉える、などのことである。ただし、1つの音程から導き出される、音程差と音程比という2つの異なる尺度から見た2つの異なる数値のそれぞれが、楽曲の構成と関わっているかどうかは考察してもよいだろう。そして、先行研究より明らかなように、①の場合、すなわち変奏を変奏番号（ユニット番号）という1曲単位で数える場合の尺度は、やや流動的に捉えることが可能である。

続いて、楽曲全体から比率の値を割り出した時にその値の位置が第何変奏に当たるのかを明確にするための手順を述べる。

まず、先に述べた数の尺度の検討から、次のことを指摘する。順序尺度においてはものの順序を段階的に1から数えるが、比率尺度においては数を0から数量的に計るという、数え方の差異が現れる。本論文においては、変奏曲を数的に捉える際に、順序尺度を使用する場合と、比率尺度を使用する場合があるため、このような差異が現れることが考えられる。そのため、ある数値の位置は全体における第何変奏に当たるのか、また第x変奏は全体における何の数値に当たるのかという約束事が必要になる。ここでは、その手順を明確にする。

自然数には、ものの多さを数える基数（集合数）**cardinal number** と、ものの順序を数える順序数 **ordinal number** がある。基数はものの多さを数量的、連続的に0から数え、順序数はものの順序を段階的に1から数える。変奏を変奏番号（ユニット番号）という1曲単位で数えることは、本来順序数によって順序尺度で計ることであるが、基数による距離尺度や比率尺度で計る場合もありうることはすでに述べた。この場合、変奏の順序を順序数として段階的に1から数えるだけでなく、変奏番号（ユニット番号）を1単位として変奏曲を数量として捉え、基数によってもものの多さを数量的、連続的に0から計ることが必要である（図4-3）。

図4-3：基数と順序数の数え方

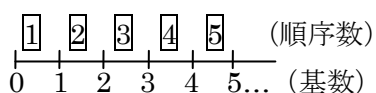


図4-3のように、変奏の出発点を0点とし、順序数によって1から段階的に計ることと基数によって0から数量的に計ることを併用すると、順序数による1番目は基数による0.0～1.0、2番目は1.0～2.0の値にあたるということが分かる。従って第1変奏は0.0～1.0の値、第

2 変奏は 1.0～2.0 の値となる。第 x 変奏は $(x.0-1.0) \sim x.0$ の値の場所に位置すると考え、逆に、 $x.0$ の値が算出された場合、第 x 変奏と第 $x+1$ 変奏の境目に当たると言うことができる ($x \geq 1$)。この順序数と基数の数え方は、作品の中の変奏の全ユニット数が音程比の分母で割り切れるか否かということと密接に関わるものであり、分析の上で重要な手順となる。すなわち、それが割り切れる場合には、算出された数値は 2 つの変奏を指し示し、割り切れない場合には、1 つの変奏を指し示す (第 5 章の中の実際の分析を参照.)。

4-3. まとめ

第 4 章では、音楽諸要素間の数的関係を把握する方法を述べた。具体的には、まず音楽におけるシンメトリーの思考を考察した。そして、変奏曲作品の中で行う 2 つの分析手順、DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」と RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」を提示した。

また、ブラームスの各変奏曲作品の総ユニット数を把握し、分析の前提を形作った。

続く第 5 章において、これらをもとに実際の分析を行い、模倣を使用する変奏における数的な関係を見出していく。

-
- 1 音楽分析家リュヴェ、ニコラ Ruwet, Nicolas 1932-2001 は、音楽分析にとっての今後の最大の課題を分析手順の明確化におき、追試が可能になるようにすべきだと主張している (徳丸 1982: 2216.)。本論文においても、追試が可能となるべく、分析手順の明確化に重点を置きたい。
 - 2 Arlandi は、音楽における順行、反行、逆行カノンをシンメトリーという構造によって説明している (Arlandi 2003)。
 - 3 シェーンベルクは、ブラームスの《交響曲第 4 番 4. *Symphonie*》op.98 (1886) の第 1 楽章の第 1 主題が 3 度の音程の連続で成り立っていることを示し、そしてその反行形、逆行形、逆行反行形、縮小形、拡大形を提示している (シェーンベルク 1971: 23-25.)。シェーンベルクの意図は、主題と本質的に同じもの (すなわち反行形など) と、本質的に異なるものを区別することにある、彼はその過程の中でブラームスを「最初のセリー主義者 proto-serialist」に指名している (Musgrave 1990: 135.)。このことは、反行形などの主題の変形は、主題の基本形に同型性あるいはシンメトリーの概念を使用した結果であり、これらは本質的に同じものであることを示しているかもしれない。しかし Musgrave は、第 1 主題のこれらの (反行形などの) 特色が《交響曲第 4 番》op.98 の中で全て提示されているわけではなく、ただこうした観点の傾向があるに過ぎないことを指摘している (Musgrave 1990: 135.)。
 - 4 本論文の巻末の Appendix①: ケプラー、ヨハネス Kepler, Johannes 1571-1630 の実例を参照されたい。ケプラーの著作の中の弦の調和的な分割において、全体と部分の比率と、部分同士の比率の両方の比率を検討することが可能であることが譜例と図によって示されている。

- 5 ブラームス自身、op.56b のスケッチにおいては、終曲以前の 8 つの変奏を区分するのと同様に、終曲のパスサカリアの主題と変奏が 5 小節の繰り返しを行う度に、逐一複縦線によって区分し、変奏番号を記していると見られる (McCorkle 1976: 137-148.: ウィーン楽友協会蔵の op.56b のスケッチのファクシミリ.)。このことは、筆者が複縦線を目安に変奏のユニットを数え、終曲以前の 8 つの変奏と終曲のパスサカリアの中の変奏を同等の資格を持ったユニットとして捉えることと矛盾するものではない。
- 6 筆者は、Mann 1958、Kinderman 1987 等を参考にしてこの解釈を得た。
- 7 フーガの主題が変形される際には、その提示がある程度厳格であるかどうかも区分を行う目安となる。なぜなら、主題の同型性を保つというコンセプトが行われているかどうか重要であるためである。従って、フーガの主題の変形と思われるものでも、その提示が自由であるものは 1 つのユニットとしては認められないだろう。
- 8 ブラームスの op.24、「変奏曲とフーガ」という楽曲を見る場合、ブラームスが変奏曲作品の手本として挙げているバッハの《パスサカリア *Passacaglia*》BWV582 を考察する必要があるだろう。この曲もまた、パスサカリアとフーガ、すなわち「変奏曲とフーガ」という構成であるからである。この中のフーガを筆者の方法で区分するならば、①第 1 小節からの主題提示部、②第 30 小節からの長調による主題の提示、③第 53 小節からの短調による主題の提示、④第 88 小節からの下調による主題の提示、⑤第 104 小節からのもとの主題の提示、の 5 つのユニットに分けられる。パスサカリアの変奏回数は 20 回であるため、楽曲全体は 25 のユニットからなる。このパスサカリアとフーガは変奏曲の 20 ユニットとフーガの 5 ユニットに分けられ、変奏曲の部分の 20 ユニットは前述したように 5×4 に分けられる (第 2 章の pp.20-21 参照.)。すなわち楽曲全体は 5 等分され (5×5)、その最後の部分がフーガという構成である。この構成の比率がブラームスの op.24 の「変奏曲とフーガ」の構成の比率と等しいこと (6×5 の 5 等分の構成であり、最後の部分は序曲とフーガである。ペアの作品である op.23 も同様である: 第 5 章の pp.141-148 を参照.) は非常に注目すべきことである。
- 9 Horne は、op.21-2 の終曲の中の最後の主題の提示について、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》の最後に現れる主題のような、冒頭の意図の明らかな反復ではない、とする (Horne 2001: 96.)。これは循環的な反復というよりはむしろ、主題の新たな提示であるため、op.21-2 の全体としての変奏曲作品は静的というより動的である、としている (Horne 2001: 96-97.)。この指摘から、op.21-2 の終曲の中の最後の主題の提示は冒頭の主題の正確な反復ではないという観点を確認することができる。筆者は、op.21-1 の終曲の中の最後の主題の提示は、終曲の中の 1 つの変奏であると解釈する。従って、これを終曲の中の「第 18 変奏」として捉える。
- なお、Horne 2001 における op.21-2 の終曲の中の個々の変奏の取り扱い、筆者の解釈とは異なるものである。
- 10 表 4-4 に示したように、op.35 の第 1 巻の終曲において、第 17 小節から第 24 小節までは主題の後半を使用したカデンツ部分、第 25 小節から第 35 小節までは主題の前半を使用したカデンツ部分と解釈した。筆者は、この第 17 小節から第 35 小節までの部分の中に、1 つのユニットとしての主題全体を含むわけではないと解釈した。なぜなら、この部分を 2 つに区分すると見られる第 24 小節のフェルマータの箇所には複縦線が記されておらず、従って筆者の解釈に照らすのならば、この区分は、主題全体の中の区分にも、主

題全体の始まりを表す区分にも相当しないと考えられるからである。この第 17 小節から第 35 小節までの 19 小節の部分はやや自由なカデンツ部分に相当するものであろう。そして、この中には完全 5 度下の音程のカノン風の部分を含むが、それは 1 つの主題のユニットの中に存在するとは見なせないため、この部分は数的な分析の検討対象とはならない。

- ¹¹ この解釈は、第 3 章の **3-4-1-3-1**. 《ゴルトベルク変奏曲》と数: pp.56-59 の《ゴルトベルク変奏曲》に関する先行研究において詳細に説明した通りである。

第5章 模倣を使用する変奏における数的な関係

本章では、第4章にて示したような2つの分析手順をブラームスの変奏曲作品において実行し、結果を提示する。また、その結果から他に言及できることもまた述べる。

すでに指摘したように、模倣技法・カノンと、シンメトリー・同型対応は密接な関係にあり（第4章参照.）、そして楽曲の中でカノンのドックスとコメスのシンメトリー、同型対応が統合的な役割を果たしているということは明らかである¹。また、《ゴルトベルク変奏曲》を中心に、模倣を使用する楽曲の模倣の音程差によって楽曲の全体的統合性が図られている例もいくつか挙げた（第2章の pp.22-28 参照.）。言うまでもなく、カノンは模倣を使用する楽曲のうちの1つであり、模倣の音程も定まっている。

ここで、ブラームスのカノンにおいて、その音程関係の重要性が指摘されている文章を示す。*Die Musik in Geschichte und Gegenwart* の“Brahms, Johannes.”の項目の中で、Schmidt は述べている。

彼〔ブラームス〕のより古い音楽への関心は、すでにハンプルクの学習時代にルーツがあるのだとしても、それが開花するのは1850年代である。（中略）学習の中心は、対位法の練習とりわけカノンの技法にあった。（中略）カノンの対位法的作曲技法は、作曲の手作業の一側面であり、ブラームスが一生の間に特別の関心を捧げたものである。それは1850年代の対位法の訓練の中心で、のちに宗教的声楽作品に生かされた。だが、それだけではなく、19世紀後半に目立ってくることだが、ブラームスの器楽作品の中にさえ大きな成果を出した。（中略）ブラームスがカノンの作曲を重視していたことを示すのは、彼が op.113 の中の13のカノンを自分の作品として発表したことである。（中略）出版されている20のカノンは、確かに完全なレパートリーではないが、しかしブラームスによって使われた対位法技法の幅広さを示している。中心的な見方は、カノンの線の音程差と、それらを平行または鏡像として使うときの対位法的関係（中略）であった（Schmidt 2000 : 679-681. 邦訳：三島. [] と下線は筆者による。）。

このように、ブラームスのカノンにおいて、下線部のようなカノンの線の音程差やその対位法的使用法は、「中心的な見方」であると指摘されている。

ブラームス自身は、カノンについて、1855年2月3日にシューマン、クラーラに宛てた手紙の中で次のように書いている。

私〔ブラームス〕は今では、考えられる全ての芸術的な形態の中で、カノンを作ることができる。私は、〔カノンの創作が〕フーガ〔の創作〕と同じように一層上達することを熱望している（Litzmann 2012: 73. 邦訳：三島. [] は筆者による。）。

Becker は、ブラームスのこの手紙の中の「考えられる全ての芸術的な形態の中でカノンを作ることができる」という言葉を「可能な限りありとあらゆる音程によってカノンを作ることができる」という意味に解釈している。さらに彼は、この形態には、二重カノン、循環カノン、拡大カノンなどの形態も含まれる、と解釈していると見られる²。

Becker は述べる。

(前略) 従って、とりわけカノンの対位法的構造はブラームスのアカペラ作品に最初の刺激を与え、彼 [ブラームス] は全てのタイプのカノン技法を実際にマスターしたとクララ・シューマンにあてて誇らしげに書いている。この言葉が正当であることは、カノンを含む多くの彼 [ブラームス] の作品を見れば分かる。それらのカノンはともかく可能な限りのありとあらゆる音程によっている。例を挙げると、2度上のカノン、9度下のカノン (op.30)、9度上のカノン (op.55 の no.2)、7度上のカノン (op.52 の no.10)、(中略) [その他に、二重カノン、循環カノン、拡大カノン等] である。この厳格な声楽ポリフォニーは、その厳格な形式についての意識を持って、彼 [ブラームス] の後の器楽作品にも影響を残している。《シューマンの主題による変奏曲》 op.9 の中でブラームスはそれぞれ別のカノン構造を少なくとも7種類使った。ブラームスにとって、カノンおよびカノン技法は陽気な音楽作りの手段ではなく、形式を圧縮、要約する手段であった (Becker 1980: 171. 邦訳: 三島. 下線、[] は筆者による.)。

この Becker の解釈によれば、ブラームスは可能なかぎりあらゆる音程によってカノンを作れるということになるだろう。さらに、ブラームスは、ヨアヒムとの対位法課題の往復書簡の中で、バッハの《フーガの技法》の主題に基づいたあらゆる音程のカノンを作り、研究していたと見られることはすでに指摘した (Vetter 1985: 第3章の pp.47-49 参照.)。これらの指摘から、ブラームスのカノンにおいて、その模倣の音程が非常に重要な要素であることは疑いのないことだろう。そして、カノンの模倣の音程が数的な要素であることもまた確かである。

Kross もまたカノンの模倣の音程を注視している。彼は、ある時点でブラームスの関心の中心はカノンに移っており、まず op.9 を持ってそれは始まっているとしている。そして、ブラームスのカノン技法に関する努力という唯一の明らかな証拠はその数年先まで残ったと指摘している (Kross 1957: 176.)。そして Becker と同じように、ブラームスの楽曲において様々な音程のカノンが使用されていることを記している (Kross 1957: 178-179.)。

これらの指摘から、特にブラームスが op.9 を書いた数年先までの期間において、楽曲の中でカノンの音程差という数的要素が何らかの役割を果たしているのかどうか、検討する価値があるだろう。

Becker が指摘したように、ブラームスにとって厳格なカノンおよびカノン技法は、形式

を圧縮、要約する手段であった。本章では、ブラームスの変奏曲作品の中でカノン風の変奏は変奏曲形式をどのように圧縮、要約しているのか³、そしてカノンの模倣の音程という数的要素が楽曲の中で何らかの役割を果たしているのか、などのことを検討する。

5-1. 模倣を使用する変奏の配置

本論文においては、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏を対象に数的な関係を模索する。とりわけ、カノンによる変奏、すなわちカノン風の変奏を中心的な対象とし、数的な関係を検討する。筆者は、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏を、考察の副次的な対象とする。

ここで、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏とは、主題においてはリピート記号で反復している部分が、変奏においては、旋律線の形を変えずに異なる音域に平行移動（同型移動）を行っている変奏などのことである。ブラームスの変奏曲作品においてこうした変奏は形が決まっている。ブラームスの変奏曲作品においては、同型性を持った旋律線が異なる音域に平行移動する際に、その音程関係に関して一定の制限がある。すなわち、いずれもオクターヴ関係の音程によって平行移動が行われている。

このような変奏は先行声部と後行声部の旋律線の重なりを考慮する必要がないため、カノン風の変奏のように対位法的な変奏であるとは言えず、旋律線の一種の反復であるとも捉えられるであろう。しかし、こうした変奏はカノン風の変奏と同様に、旋律線の同型性すなわちシンメトリーを保つというコンセプトを持って変奏が行われており、その際、一定の音程を持って模倣が行われているので、その音程に関して数的な関係を見出そうとする。従って、数的な関係を模索するに当たり、こうした変奏を副次的な対象とし、考察を進める。

次に、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中のカノン風の変奏とカノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏について詳しく説明する。

5-1-1. 模倣を使用する変奏とは

ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏を、カノン風の変奏と、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏に分けて説明する。1つの作品の中にそれらの変奏全てを持つ op.24 を例に挙げ、以下に分類する。

まずカノン風の変奏について詳述する。本論文ではこのタイプの変奏を C 型 (Canon 型) の模倣の変奏と称する。このタイプの変奏は、本論文の分析の中で中心的な役割を果たす。op.24 の中では、第 6 変奏と第 16 変奏のカノンがこれに相当する。これまで述べてきた通り、これらカノン風の変奏は、非常に対位法的なものと考えられる。第 3 章において示したように、カノンを形作るには、カノンの音程を考慮した数的な対位法の作業を必要とするであろう。なぜなら、先行声部ドックス *dux* と後行声部 Comes *comes* の対位法的な重なりを考慮しなければならないからである。

なお、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中のカノン風の変奏は、厳格なカノンであるとは限らない。しかし、変奏がカノンを成しているか否かを見分けることは容易であり、楽曲全体がカノンであることを認めれば、厳格なカノンでなくとも構わないであろう。この時代のカノンには、非常に厳格なカノンは少ないと思われるからである。

そして、カノン風の変奏においてその音程を計るには、筆者はカノンの冒頭の音程が重要であると見る。なぜなら、作曲者は冒頭の音程によってそのカノンの音程を設定し、創作していくに違いないからである。カノンの途中で模倣の音程が変えられていると見られる場合には、主題の区分に沿ってカノンの区分を行い、その冒頭の音程を調べるのが適当であろう。

次に、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏について詳述する。そうした変奏とは、旋律線の同型性というコンセプトを持って変奏が行われており、その際、一定の音程を持って旋律線の平行移動（同型移動）という模倣が行われていると見られるものである。筆者は、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏は、大きく 2 種類に分類することができると解釈した。

1 種類目の変奏は、2 つの旋律線が上下入れ替わる模倣が行われている、声部交換あるいは転回対位法による変奏である。本論文ではこのタイプの変奏を I 型（Invertible counterpoint 型）の模倣の変奏と称する。op.24 の中では、第 8 変奏がこれに相当する。この変奏の技法は一種の反復であり、模倣でもあると考えられる。いずれにしろ、主題の中でリピート記号によって反復されている部分が、旋律線の同型性というコンセプトを持って変奏が行われており、その際、一定の音程（完全 8 度）を持って旋律線の平行移動（同型移動）による模倣が行われている。

カノン風の変奏と同様に、このような 2 つの旋律が上下入れ替わる模倣による変奏もまた対位法的な変奏である。このような模倣による変奏もまた、ある程度の数的な対位法の作業を必要とするであろう。なぜなら、2 つの旋律が上下入れ替わったとしても和声的に矛盾しないためには、転回対位法の作業を必要とするからである。

2 種類目の変奏は、1 つの旋律線が音域の変更を持って平行移動（同型移動）を行っている変奏である。すなわち、主題の中でリピート記号によって反復されている部分が、変奏においては音域の変更を伴って反復されているものである。本論文ではこのタイプの変奏を R 型（Register 型）の模倣の変奏と称する。op.24 の中では、第 13 変奏、第 19 変奏、第 20 変奏がこの音域の変更による変奏に相当する。この変奏の技法は一種の反復であり、模倣でもあると考えられる⁴。いずれにしろ、主題の中でリピート記号によって反復されている部分が、旋律線の同型性というコンセプトを持って変奏が行われており、その際、一定の音程（完全 8 度）を持って旋律線の平行移動（同型移動）による模倣が行われている。

筆者は、このような変奏は、主題の中でリピート記号によって反復されるある一定の旋律線が、変奏においては音域の変更によって、一定の音程を持って正確に移動し、模倣するものと捉えた⁵。これらの変奏は音域の変更を行う際に、複縦線によって明確に区分され

ていることが多い。この種の変奏は、ブラームスのピアノ変奏曲作品中、op.24 以降の作品において顕著に見られる。

この 2 種類目の変奏は、前述した 1 種類目の変奏とは異なり、模倣において数的な対位法の作業を必要としないであろう。なぜなら、これは旋律をそのまま（多くは）完全 8 度上に上げることであり、先行声部と後行声部の対位法的な重なりを考慮しなくてもよいからである。これらの変奏の模倣の部分は、その主題の中のリピート記号によって反復される部分である、つまり本来ならば全く同じものを 1 オクターヴ上に上げ、音色を変えているということを考えれば、これは当然のことであろう。

以上のように、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏を、カノン風の変奏と、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏に分けて説明した。

すでに述べたように、本論文では、作品の中に数的な関係を見出すに当たりカノン風の変奏（C 型の模倣の変奏）を中心的に分析する。カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏（I 型、R 型の模倣の変奏）は、副次的なものとして捉え、数的な関係が見出せるかどうか、各作品の分析の中でそれぞれ考察していく。なぜなら、音域の変更による旋律線の移動を行い、対位法的な模倣を行わない R 型などの模倣の変奏であろうとも、旋律線の同型性というコンセプトを持ち、一定の音程を持って模倣している点ではカノン風の変奏と変わりがなく、そうした変奏を分析することによって数的な関係が見出される可能性もあるからである。そして、カノン風の C 型の模倣の変奏はそれに加えて非常に数的な対位法の作業を必ず含んでおり、それらを中心的に分析することによってより確実に数的な関係を見出すことができると推測されるからである。

なお、変奏の一部に一定の音程の模倣を使用している場合は、以下の変奏を検討の対象とする。すなわち、厳格な C 型、I 型の模倣の部分を 4 小節以上の長さ（アウフタクトは含めない）で持続させる変奏（op.23 の第 4 変奏など）、厳格な C 型、I 型の模倣の部分をその変奏の半数以上の長さの小節数で持続させている変奏（op.56b のパッサカリアの中の変奏など）、R 型の模倣の部分を 4 小節以上の長さで持続させており、かつその部分が主題のリピート記号による反復に当たる変奏⁶（op.23 の第 5 変奏、op.35 の中の数多くの変奏など）、である。

また、模倣の音程を 1 つの変奏の中で複数個認める変奏（op.24 の第 16 変奏のカノン、およびフーガの主題提示部など）については、複数の音程を検討する。

5-1-2. 模倣を使用する変奏の把握

ブラームスのピアノ変奏曲の各作品において、模倣を使用する変奏の、①模倣の音程、②模倣の時間差（特筆すべき時のみ）、③配置状況、を把握する。また、④先行声部ドックス *dux*、後行声部コメス *comes* との関係性が下（上声部から下声部）であるか、上（下声部から上声部）であるかということを明確にする。

op.9 から作品番号順に見る。

5-1-2-1. op.9

op.9の中には音程の定まったカノン風の変奏が4つ含まれている(図5-1)。

図5-1: op.9の中の模倣を使用する変奏

op.9

Thema

Var.1

Var.2

Var.3

Var.4

Var.5

Var.6

Var.7

Var.8 完全8度下のカノン

Var.9

Var.10 長3度同時の模倣→長3度下のカノン→長3度同時の模倣→短3度同時の模倣

Var.11

Var.12

Var.13

Var.14 短2度上のカノン

Var.15 長6度下のカノン→短6度下のカノン→長6度下のカノン

Var.16

第8変奏の完全8度下の音程による順行カノンは、終始その音程を保っている。

第10変奏の、主題のバスを使用した反行カノンは、模倣の声部同士が同時に始まる部分と、模倣する声部が遅れて始まるカノンの部分に分かれることがその特徴であろう。この区分は、主題の区分に従っており、複縦線によって明確に分けられている。主題は8小節ずつ、複縦線によってABA'の3部分に分けられる。第10変奏のAの部分(8小節)は、まず長3度(+オクターヴ)の反行によってソプラノとバスが同時に始まる模倣から成り立っている(譜例5-1)。

続いて第9小節から、Aの部分の部分が反復されている(A2の部分)。ソプラノの旋律は前の部分の8小節と全く同じで、ここではバスが長3度(+オクターヴ)の音程で1小節遅れて下(上声部から下声部)に追いかける反行カノンになっている(譜例5-2)。音程関係は必ずしも厳格ではないが、反行カノンを成していることは明らかであろう。この部分の最後の小節(第16小節)の冒頭において、本来あるべきバスの4分音符のD音が省略され

て模倣の時間差が縮められており、次の部分の同時に始まる模倣に向けての準備が成されている（譜例 5-2 において矢印で示した。）。

譜例 5-1 : op.9 の第 10 変奏の A 部分、長 3 度の音程による反行の同時の模倣



譜例 5-2 : op.9 の第 10 変奏の A 部分の反復（A2 部分）、長 3 度下の音程による反行カノン



第 10 変奏の中の A 部分の 8 小節と A2 部分の 8 小節は、ソプラノの旋律線は全く同じで、音域の変更もない（譜例 5-1; 譜例 5-2 参照.）。つまり、この部分は主題の最初の 8 小節を反復させたものと理解できる。A、A2 のどちらの部分も長 3 度の音程差を持って反行形の旋律が奏されているが、それぞれ同時の模倣と、カノンによって時間差がずれた模倣を使用している。その際、A の部分のバスの反行形の旋律は 2 オクターヴ上の音域の変更を持って A2 の部分のアルトの反行形の旋律に移動しているとも捉えられる⁸（譜例 5-1; 譜例 5-2 参照.）。この旋律の移動自体は当該旋律同士が重なるわけではないので、カノンのように対位的なものとはいえない。しかし、この反行形の旋律の移動は、完全 15 度上（2 オクターヴ上）、あるいは複合音程として捉えないのであれば⁹、完全 8 度上（1 オクターヴ上）の音程による音域の変更と捉えられ、先に述べた音域の変更による R 型の模倣の変奏と考えられる（本章の pp.92-93 参照.）。A 部分と A2 部分の長 3 度（+ オクターヴ）の音程の C 型の模倣の範囲内で、完全 8 度上の音程の R 型の模倣もまた含んでいると捉えられよう。従って、これが楽曲の構成と関わるか考察する必要がある。筆者は、このようなカノンの中の音域の変更による旋律の移動、すなわち C 型の模倣の範囲内の R 型の模倣にも注視して分析を進めていく。

続く B 部分の第 17 小節目からの 8 小節は、同時に始まる反行の模倣であるが、新たな音程による模倣であるとは考えにくい（譜例 5-3）。なぜなら、仮に前の A2 部分の反行カノンが音程を厳格に保って進行していたとするならば、第 17 小節の冒頭のソプラノの A 音とバ

スの H 音は当然の結果であるからである。従って B の部分は、前の A2 部分の音程関係を持続させていると解釈できる。すなわち、この B の部分は長 3 度の音程による模倣が、模倣の時間差を変えて持続していると捉えることができる。

譜例 5-3 : op.9 の第 10 変奏の B 部分、反行の同時の模倣



また、B 部分の長 3 度の音程の反行の模倣の中には、第 22 小節からのテノール声部において、1 小節遅れて追いかけるカノン書法が現れている（譜例 5-3 参照.）。すなわち、第 21 小節からのソプラノ声部とバス声部の反行の同時の模倣と、第 22 小節からのテノール声部のカノン書法を織り交ぜた 3 声のカノンが展開されている。この 3 声のカノンの旋律は、同型性を保って模倣している。確かにこの部分は、2 声による長 3 度の音程の反行の模倣の一部であるが、同時に、その素材を使用し 3 声のカノンが繰り広げられる新たな部分であるという見方もできるであろう。すなわち、第 21 小節から第 24 小節までは、減 7 度（+ オクターヴ）の音程の反行の同時の模倣（第 21 小節からのソプラノとバス）と、1 オクターヴ上（完全 8 度上）の音程の順行カノン（第 21 小節からのバスのドックスと第 22 小節からのテノールのコメス）、減 7 度（+ オクターヴ）下の音程の反行カノン（第 21 小節からのソプラノのドックスと第 22 小節からのテノールのコメス）の組み合わせが行われている。この 3 声のカノンの模倣の音程は、減 7 度（+ オクターヴ）下と、完全 8 度上という 2 つの音程として表すことができる。ただし、すでに述べたように、この減 7 度下と完全 8 度上の音程による 3 声の模倣は、B 部分の長 3 度の音程による反行の模倣の範囲内で行われているため、その数的な関係性は複雑であることが予想される。

第 25 小節からの A' の部分は、最初の 4 小節のみが模倣技法によるものであるが、模倣の音程は前の部分から持続していない。第 25 小節の冒頭の E 音を模倣が実行される旋律と捉えるならば、短 3 度の音程による厳格な音程の模倣が行われていることが明らかである（譜例 5-4）。この部分は、A の部分の長 3 度による同時の模倣の部分と類似しているが、模倣の音程の差異によって対比されているだろう。

第 10 変奏は、模倣の時間差によって、そして模倣の音程が長 3 度から短 3 度が変わることによって、A、A2、B、A' の 4 つの部分に分けられることがその特徴であろう。

譜例 5-4 : op.9 の第 10 変奏の A 部分、短 3 度の音程による反行の同時の模倣



第 14 変奏の順行カノンは、op.9 の中の 4 つのカノンで唯一、ドックスからコメスの方向が逆で、上（下声部から上声部）に向かって模倣している。模倣の音程は短 2 度であり、主題の区分に従ってこの順行カノンを区分したとしても、その短 2 度の音程は変わらない。

第 15 変奏の順行カノンは第 10 変奏のカノンと同じく、主題の複縦線による区分に従って模倣の音程が変えられている。すなわち、A の部分は長 6 度下の音程による順行カノンであり、第 9 小節目からの B の部分は短 6 度下の音程による順行カノンである（譜例 5-5；譜例 5-6）。続く A' の部分は A の部分と同じく長 6 度下の音程による順行カノンに戻る。このように第 15 変奏は、主題の区分と同じく 3 つの部分に分けられる。

譜例 5-5 : op.9 の第 15 変奏の A 部分、長 6 度下の音程によるカノン



譜例 5-6 : op.9 の第 15 変奏の B 部分、短 6 度下の音程によるカノン



A の部分と B の部分は複縦線によって明らかに区分され、模倣の音程も異なっている。また、この区分の箇所は第 15 変奏のカノンの旋律の中で唯一休符が入っている箇所であり、そこから模倣の音程が変えられている。このことから、筆者は A の部分と B の部分は別々

のカノンの音程を持った構造であると解釈した¹⁰。

続いて、op.21-1 を見る。

5-1-2-2. op.21-1

op.21-1 を検討する（図 5-2）。

図 5-2 : op.21-1 の中の模倣を使用する変奏

op.21-1

Thema

Var. 1

Var. 2

Var. 3

Var. 4

Var. 5 完全 5 度下の反行カノン

Var. 6

Var. 7 自由模倣

Var. 8

Var. 9

Var. 10

Var.11 (Var. 11)

(Var. 12) 完全 8 度下の模倣

第 5 変奏は完全 5 度下の音程による反行カノンであるが、その前半と後半は模倣のドゥクスとコムスの時間差が異なっている。すなわち、前半は 2 小節の時間差だった反行カノンが、後半は 1 小節の時間差になっている（MacDonald 2001: 94-95.）（譜例 5-7: 譜例においてはリズム型も厳格なものに変えている。）。

終曲の 2 つ目の変奏、すなわち便宜上の「第 12 変奏」には、完全 8 度下の音程によるカノン風の模倣が含まれている（譜例 5-8）。それは、終曲の第 58 小節からのソプラノの旋律と、第 66 小節からのテノールの旋律との間の、やや自由なカノン風の C 型の模倣である（譜例 5-8-1）。

また、第 78 小節からのソプラノの旋律は、第 82 小節からのアルトの旋律に移動しており、模倣を行っていると考えられる。すなわち、完全 8 度下の音程による音域の変更の I 型の模倣をおよそ 8 小節行っていると見られる（譜例 5-8-2）。Koh-Lewandowski もまたこの模倣を指摘している（Koh-Lewandowski 1999: 74.）。

譜例 5-7 : op.21-1 の第 5 変奏、完全 5 度下の音程による反行カノン

譜例 5-7-1 : op.21-1 の第 5 変奏、完全 5 度下の音程による反行カノン（前半の冒頭）

完全 5 度

2 小節の時間差

譜例 5-7-2 : op.21-1 の第 5 変奏、完全 5 度下の音程による反行カノン（後半の冒頭）

完全 5 度

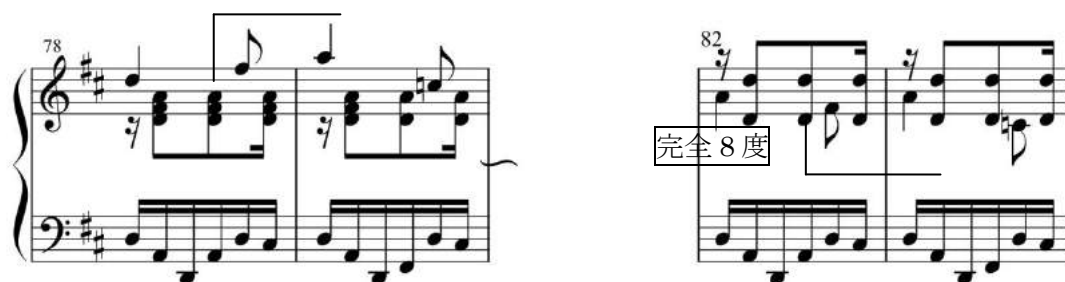
1 小節の時間差

譜例 5-8 : op.21-1 の「第 12 変奏」の中の完全 8 度下の音程による模倣

譜例 5-8-1 : op.21-1 の「第 12 変奏」の中の完全 8 度下の音程による模倣（1 箇所目）.

完全 8 度

譜例 5-8-2 : op.21-1 の「第 12 変奏」の中の完全 8 度下の音程による模倣（2 箇所目）.



このように、便宜上の「第 12 変奏」の中には 2 つの模倣が含まれているが、いずれも完全 8 度下の音程の模倣であると言えるだろう。

また、「第 12 変奏」の 1 つ目の模倣は、より厳格な音価の旋律として捉えれば 8 小節の時間差、2 つ目の模倣は 4 小節の時間差を持っている。従って、この「第 12 変奏」は、第 5 変奏において行われたように、最初の模倣の時間差を半分にして後の模倣を行うという手法が使用されているとも言えよう。

次に op.21-2 を見る。

5-1-2-3. op.21-2

op.21-2 を検討する（図 5-3）。

図 5-3 : op.21-2 の中の模倣を使用する変奏

op.21-2

Thema

Var. 1

Var. 2

Var. 3

Var. 4 自由模倣

Var. 5

Var. 6

Var. 7

Var. 8

Var. 9

Var. 10

Var. 11

Var. 12

Var. 13

Allegro (Var. 14)

(Var. 15)

(Var. 16) 短 3 度下のカノン→長 3 度下のカノン

(Var. 17) 完全 8 度下のカノン

(Var. 18)

カノン風の変奏すなわち C 型の模倣の変奏は、終曲 *Allegro* の中の 3 つ目の変奏、すなわち *ben marcato* の指示による、便宜上の「第 16 変奏」である。このカノンの前半は、短 3 度下の音程で、1 小節の時間差を持っている。そして、カノンが始まってから 5 小節目の休符の箇所から、模倣の時間差が 1/2 小節に変えられている (Wetschky 1967: 32.)。そして同時に、模倣の音程は長 3 度下に変えられている (譜例 5-9)。op.9 の第 10 変奏と第 15 変奏のカノンで行われたのと同様に、この模倣の音程の変更は、主題の区分に従っている。すなわち、「第 16 変奏」のカノンの模倣の音程の変更は、op.21-2 の主題の前半と後半の区分に従っている。

従って、「第 16 変奏」は、前半は短 3 度下の音程、後半は長 3 度下の音程を持つカノン風の変奏であると言えよう。そして、op.21-1 の中の模倣を使用する 2 つの変奏と同じく、最初の模倣の時間差を半分にして後の模倣を行うという手法が使用されている。

譜例 5-9 : op.21-2 の「第 16 変奏」の中の短 3 度下、長 3 度下の音程によるカノン

177

短 3 度

1 小節の時間差

181

長 3 度

1/2 小節の時間差

終曲 *Allegro* の中の 4 つ目の変奏、便宜上の「第 17 変奏」もまた、カノン風の C 型の模

倣による部分を含んでいる。すなわち第 229 小節から 4 小節に渡って、ben marcato の指示で完全 8 度下の音程のカノンが行われている。

次に op.23 を見る。

5-1-2-4. op.23

op.23 を検討する (図 5-4)。

op.23 は、まず第 4 変奏において完全 8 度上の音程のカノン風の C 型の模倣の変奏が現れる。この第 4 変奏は自由模倣を挿みながら、およそ 9 小節に及ぶカノンを 2 回含んでいる。

続く第 5 変奏は、音域の変更による R 型の模倣が行われている変奏である。すなわち、旋律が繰り返される際に、もとの旋律をそのままの形で 1 オクターヴ上 (完全 8 度上) の音域で繰り返すというもので、1 度目の旋律と 2 度目の旋律の間に複縦線が引かれて明確に区分されている。第 5 変奏においては、主題の前半に当たる部分は、主題と同様に厳格な反復ではないが、主題の後半のリピータ記号による反復を含む部分 (第 17 小節から) は、旋律が厳格に 1 オクターヴ上を模倣し、反復している。

図 5-4 : op.23 の中の模倣を使用する変奏

op.23

Thema

Var. 1

Var. 2

Var. 3

Var. 4 自由模倣→完全 8 度上のカノン

Var. 5 完全 8 度上の模倣

Var. 6

Var. 7 自由模倣 (反行形)

Var. 8

Var. 9

Var. 10

なお、第 6 変奏や第 9 変奏は、一定の旋律を音域の変更によってある程度まで模倣しているが、それは主題の前半部分を反映したものである。それは、主題の中のリピータ記号による正確な反復を表した模倣ではないため、R 型の模倣を使用する変奏であるとは認められない。

続いて op.24 を見る。

5-1-2-5. op.24

op.24 を検討する (図 5-5)。

まず、第 6 変奏と第 16 変奏は明らかなカノン風の C 型の模倣の変奏である。第 6 変奏は完全 8 度の音程を持つカノンであるが、その中に 3 つの形態を持つ。最初の 4 小節は完全 8 度下の音程の順行カノンである。そして、続く 2 小節は完全 8 度上の音程の反行カノンであり、最後の 2 小節は完全 8 度上の音程の順行カノンである。

第 16 変奏の順行カノンは、その中に 2 つの模倣の音程を持つ。すなわち、そのカノンは第 5 小節までは完全 8 度上の音程を持ち、第 6 小節以降は増 4 度上の音程を持っている。

第 8 変奏は、転回対位法による、I 型の模倣の変奏に相当するものである。最初の 4 小節においては、始めの 2 小節のアルトの 16 分音符の旋律と、その後の 2 小節のソプラノの旋律が、完全 8 度上の音程の模倣を行っている（それに対してもう 1 つの旋律はユニゾンで動かないままである。）。続く第 5 小節からの 2 小節のソプラノの旋律と、第 9 小節からの 2 小節のアルトの旋律は、完全 8 度下の音程の模倣を行っている（それに対してもう 1 つの旋律はユニゾンで動かないままである。）。そして、第 7 小節からの 2 小節のアルトの旋律と、第 11 小節から最後まで 2 小節のソプラノの旋律は、完全 8 度上の音程の模倣を行っている（それに対してもう 1 つの旋律はユニゾンで動かないままである。）。

すでに述べたように、第 13 変奏、第 19 変奏、第 20 変奏は同じ種類の R 型の模倣の模倣である。それらは、音域の変更による模倣が行われている変奏である。すなわち、op.23 の第 5 変奏で指摘したように、旋律が繰り返される際に、もとの旋律をそのままの形で 1 オクターヴ上（完全 8 度上）の音域で繰り返すというものである。この 3 つの変奏においても、複縦線がその区分の目安となり、いずれの変奏も完全 8 度上の音程の模倣を持つ。第 19 変奏においては、4 声体におけるリズム型は必ずしも厳格に模倣されているわけではないが、その基音は明らかに 1 オクターヴ上に模倣されていると捉えられるであろう。

フーガの最初の部分は、その主題提示部として、完全 5 度上の音程、完全 8 度下の音程、完全 4 度下の音程の模倣を持っている。

図 5-5 : op.24 の中の模倣を使用する変奏

op.24

Thema

Var. 1

Var. 2

Var. 3 自由模倣

Var. 4

Var. 5

Var. 6 完全 8 度下のカノン→完全 8 度上の反行カノン→完全 8 度上のカノン

- Var. 7
- Var. 8 完全 8 度上の模倣→完全 8 度下の模倣→完全 8 度上の模倣
- Var. 9 自由模倣、増 1 度上の模倣
- Var. 10 自由模倣
- Var. 11
- Var. 12
- Var. 13 完全 8 度上の模倣
- Var. 14
- Var. 15
- Var. 16 完全 8 度上のカノン→増 4 度上のカノン
- Var. 17 完全 1 度の模倣
- Var. 18 自由模倣
- Var. 19 完全 8 度上の模倣
- Var. 20 完全 8 度上の模倣
- Var. 21
- Var. 22
- Var. 23 自由模倣
- Var. 24 自由模倣
- Var. 25
- Fuge (26) 完全 5 度上の模倣→完全 8 度下の模倣→完全 4 度下の模倣 (フーガ)
- (27)
- (28)
- (29)
- (30)

続いて op.35 の第 1 巻、第 2 巻を見る。

5-1-2-6. op.35

op.35 を検討する (図 5-6)。

op.35 においては、以前の作品に比べて、R 型の模倣の変奏が非常に多くなる。すなわち、op.23 の第 5 変奏において見られ、op.24 において 3 つの変奏が見られたような、旋律が繰り返される際に、もとの旋律をそのままの形で 1 オクターヴ上 (完全 8 度上) の音域で繰り返すというものである。この中には、繰り返す際にその区分として複縦線を記していない変奏も現れ、こうした定型の模倣の変奏が常態となっている可能性がある。

また、2 つの旋律が上下入れ替わる模倣による転回対位法の I 型の模倣の変奏 (第 1 巻と第 2 巻の第 7 変奏、第 2 巻の第 1 変奏) も多く現れる。

図 5-6 : op.35 の中の模倣を使用する変奏

op.35 第 1 巻

Thema

Var. 1 完全 8 度上の模倣

Var. 2 完全 8 度上の模倣、完全 5 度同時の模倣（反行形）

Var. 3 完全 1 度の模倣

Var. 4 完全 8 度下の模倣

Var. 5 完全 8 度上の模倣

Var. 6

Var. 7 完全 8 度上下の模倣

Var. 8 完全 1 度の模倣

Var. 9

Var. 10 自由模倣→長 6 度下のカノン

Var. 11

Var. 12 完全 8 度上のカノン

Var. 13

(Var. 14) 完全 8 度下の模倣→長 3 度下、完全 5 度下、長 7 度下のカノン

(Var. 15) 完全 8 度上の模倣

op.35 第 2 巻

Thema

Var. 1 完全 8 度上下の模倣

Var. 2 完全 8 度上の模倣

Var. 3 完全 5 度下の模倣→完全 8 度下の模倣→（完全 4 度上の模倣）

Var. 4 完全 1 度の模倣

Var. 5

Var. 6

Var. 7 完全 8 度上下の模倣

Var. 8 完全 5 度、完全 8 度の同時の模倣（反行形）

Var. 9

Var. 10

Var. 11 自由模倣（反行形）

Var. 12

Var. 13 完全 8 度下の模倣

Var. 14 (Var. 14) 完全 8 度下の模倣

(Var. 15) 完全 8 度上下の模倣

(Var. 16) 完全 8 度上の模倣

(Var. 17) 完全 8 度下の模倣

(Var. 18)

次にカノン風の C 型の模倣の変奏について検討する。第 1 巻の第 10 変奏は、最初の 16 小節は自由模倣によるものだが、第 17 小節からの最後の 8 小節は、音価から見るとやや自由であるものの、厳格な音程の模倣を保っている。すなわち、長 6 度下の音程のカノン風の変奏である（譜例 5-10）。

譜例 5-10 : op.35 の第 1 巻の第 10 変奏の中の長 6 度下の音程によるカノン

The image shows a musical score for piano, consisting of two systems. The first system begins at measure 17 and the second at measure 21. Both systems are in 2/4 time. The first system has a bracket labeled '長 6 度' (Long 6th) indicating the interval between the two staves. The notation includes various note values, rests, and accidentals, with some notes beamed together.

第 1 巻の第 12 変奏は完全 8 度上の順行カノンである (Wetschky 1967: 36-37.) が、リズム型は自由で、その点で op.21-1 の第 5 変奏のカノンが想起される（譜例 5-11 : 譜例においてはリズム型も厳格なものに変えている。）。

第 1 巻の終曲の中の「第 14 変奏」は、最初の 4 小節においてソプラノとバスの間の完全 8 度下の音程の模倣が行われる。そして、続く 4 小節において長 3 度下、完全 5 度下、長 7 度下の音程の 4 声の模倣が行われる（この 4 声の部分は多声部構造であり、4 声のカノンであると言えるだろう。）。すなわち、この 4 声の模倣は同型の旋律を保っており、互いの声部同士が 3 度音程を成している。この 3 度音程の重積は、まさに長 7 和音における 3 度音程の重積である。

譜例 5-11 : op.35 第 1 巻第 12 変奏、完全 8 度上の音程によるカノン



第 2 巻の第 3 変奏は、最初の 8 小節の左手において、完全 5 度下の音程、完全 8 度下の音程の厳格な模倣が行われ、その点でフーガの主題提示部が想起される（第 7 小節からの完全 4 度上の模倣は不完全なものである。）（譜例 5-12）。

譜例 5-12 : op.35 第 2 巻の第 3 変奏の完全 5 度下、完全 8 度下の音程による模倣



第 2 巻の第 8 変奏は、最初の 8 小節は、アウフタクトの装飾的な 32 分音符を除いて考えるならば、その 8 分音符の旋律は完全 5 度の同時に始まる反行の模倣を保っており、その他の部分は反行による自由模倣あるいは完全 8 度の同時に始まる反行の模倣が行われている。

続いて op.56b を見る。

5-1-2-7. op.56b

op.56b を検討する（図 5-7）。

第 3 変奏、第 5 変奏の中のある部分は、音域の変更による R 型の模倣を 4 小節以上行っていると見られる。その部分は、主題においてはリピート記号によって反復されている部分である。

図 5-7 : op.56b の中の模倣を使用する変奏

op.56b

Thema

Var. 1 完全 1 度の模倣

Var. 2 完全 1 度の模倣

Var. 3 完全 8 度上下の模倣

Var. 4 完全 8 度下、完全 5 度上、完全 5 度下の模倣

Var. 5 完全 8 度上下の模倣

Var. 6 完全 8 度上のカノン

Var. 7

Var. 8 完全 5 度（12 度）上、完全 8 度上の模倣→完全 5 度（12 度）同時の模倣

P 1 完全 8 度上の模倣

2 完全 8 度上の模倣

3

4

5

6

7 完全 8 度同時の模倣

8 完全 8 度同時の模倣

9

10

11 完全 8 度上のカノン

12

13

14 長 2 度上のカノン

15

16 完全 8 度上のカノン→完全 5 度上のカノン

17 長 3 度下のカノン

Thema（変奏）

第 4 変奏の前半においては、8 分音符と 4 分音符の主旋律と、16 分音符の対旋律がいずれも模倣して繰り返す。すなわち、主旋律は完全 8 度下の音程に、対旋律は完全 5 度上の音程に厳格に模倣される（譜例 5-13）。

譜例 5-13 : op.56b の第 4 変奏の前半の完全 8 度下、完全 5 度上の音程による模倣



第 4 変奏の後半においては、主旋律は動かず、2 つの対旋律がそれぞれ完全 5 度上、完全 5 度下の音程に厳格に模倣される（譜例 5-14）。

従って、第 4 変奏においては完全 8 度下、完全 5 度上、減 5 度下の音程の模倣が行われていると捉えられる。

第 4 変奏は、転回対位法による I 型の模倣の変奏に相当すると言えよう。ただし、その模倣の音程は完全 8 度のみならず完全 5 度もまた含んでいる。

譜例 5-14 : op.56b の第 4 変奏の後半の完全 5 度上、減 5 度下の音程による模倣



第 8 変奏の主題の A に当たる部分においては、5 小節の長さの旋律が完全 5 度 (+ オクターヴ) 上の音程によって反行形で厳格に模倣されている (譜例 5-15)。そして、第 6 小節から始まる模倣する旋律は、今度は 8 小節の長さで第 11 小節から厳格に模倣される。ここでは当該旋律同士は重なっており、カノン風になっている (完全 5 度下の音程のカノンと言えよう.)。この際に、最初の旋律を、第 11 小節から完全 8 度上の音程によって順行形で模倣していることも指摘できる。そして最後の 5 小節において、再び完全 5 度上の音程によって反行形で模倣する。完全 5 度 (+ オクターヴ) 上すなわち完全 12 度上の音程の R 型の模倣の中で、完全 8 度上の音程の R 型の模倣もまた行われており、そしてその内部に完全 5 度下の音程のカノンすなわち C 型の模倣を含むと解釈すると理解しやすいだろう。この模倣の図式は op.9 の第 10 変奏のカノンにおいて行われたものと類似している。op.9 にて示したように、模倣の複合音程について柔軟に対応することで、このような明確な図式を理解することができる。

譜例 5-15 : op.56b の第 8 変奏の A 部分、完全 5 度 (12 度) 上の音程による反行の模倣



第 8 変奏の主題の B に当たる部分においては、第 1 ピアノの右手と左手の 2 つの旋律が、第 2 ピアノの右手と左手の 2 つの旋律に、反行形でほぼ最後まで厳格に模倣される (譜例 5-16)。この際、この部分は新たな模倣の音程を持っているとは捉えにくい。なぜなら、これらの 2 つの旋律同士の反行形の組み合わせは、その前において反行形の模倣が行われているそれぞれ最後の小節 (第 15 小節と第 20 小節) の最後の音から、それぞれ等距離にあるからである。すなわち、第 15 小節の第 2 ピアノの最後の F 音 (後に続く反行形の旋律から見て、文字通りの最後の音、G 音ではないであろう.)、第 20 小節の第 1 ピアノの最後の B 音のそれぞれから、第 25 小節の第 2 ピアノの右手と左手の冒頭の 2 つの音、そして第

21 小節の第 1 ピアノの右手と左手の冒頭の 2 つの音、のそれぞれは音程の距離が等しい。

このことから、op.9 の第 10 変奏の B 部分で行われたのと同様に、反行形の模倣において、前の部分の音程関係を保っていると解釈できる。つまり、この B の部分は完全 5 度の音程の模倣を保っていると捉えられる。

譜例 5-16 : op.56b の第 8 変奏の B 部分の反行の模倣



第 8 変奏の主題の A' に当たる部分においては、冒頭の旋律が完全 5 度（12 度）の音程によって反行形で同時に模倣される（譜例 5-17）。その後は、完全 8 度の音程の模倣を織り交ぜ、反行形の自由模倣となる。

従って、第 8 変奏は完全 5 度（+ オクターヴ）上すなわち完全 12 度上の模倣、完全 8 度上の音程の模倣、そして完全 5 度（12 度）の音程の同時の模倣を持っていると捉えられる。

譜例 5-17 : op.56b の第 8 変奏の A' 部分の完全 5 度（12 度）の音程による反行の模倣



終曲のパッサカリアの中では、1 番目の繰り返しと 2 番目の繰り返しが完全 8 度上の音程

の模倣を行っているほか、7 番目の繰り返しと 8 番目の繰り返しは、オスティナートの縮小形による完全 8 度の音程の同時の模倣を行っている。

パッサカリアの 11 番目の繰り返しは完全 8 度上のカノン風の模倣を行っている（第 2 ピアノの左手の *dux* と第 1 ピアノの右手の *comes*。）。

そして、14 番目の繰り返しは、第 2 ピアノにおいて長 2 度上の音程のカノン風の模倣を行っている（譜例 5-18）。このカノンは最終的にはユニゾンあるいはオクターヴ関係の音程のカノンに変わり、続く 15 番目の繰り返しの第 2 ピアノにおけるユニゾンの旋律となる。複合音程について柔軟に対応するならば、この長 2 度上の音程のカノンからユニゾンのカノンへの移り変わりは、長 9 度上の音程のカノンから完全 8 度上の音程のカノンへの移り変わりとも捉えられるかもしれない。

16 番目の繰り返しは、完全 8 度上の音程、完全 5 度上の音程のカノン風の模倣を行っている（譜例 5-19）。17 番目の繰り返しは、長 3 度下の音程のカノン風の模倣を行っている（譜例 5-20）。

譜例 5-18 : op.56b のパッサカリアの中の長 2 度上の音程のカノン風の模倣



譜例 5-19 : op.56b のパッサカリアの中の完全 8 度上、完全 5 度上の音程によるカノン風の模倣



譜例 5-20 : op.56b のパッサカリアの中の長 3 度下の音程によるカノン風の模倣



以上のように、ブラームスのピアノ変奏曲の各作品において、模倣を使用する変奏の①模倣の音程、②模倣の時間差（特筆すべき時のみ）、③配置状況を把握した。また、④先行声部ドックス *dux*、後行声部 Comes *comes* との関係性が下（上声部から下声部）であるか、上（下声部から上声部）であるかということを明確にした。

続いて、これらの変奏と楽曲全体との数的関係を検討する。

5-2. DIRS: 「模倣の音程差と回転のシンメトリー」

模倣を使用する変奏と楽曲全体との数的関係、すなわち DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」をブラームスのピアノ変奏曲全 7 作品において検討する（第 4 章の pp.68-69 参照.）。

その手順を確認しよう。以下に DIRS の分析手順を列挙する。

・ DIRS 「模倣の音程差と回転のシンメトリー」 の分析手順

- ①模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏を抽出する。
- ②それらの変奏の模倣の音程を把握する。
- ③模倣の先行声部と後行声部の関係性が上声部への模倣か下声部への模倣かを把握する。
- ④上声部への模倣であれば、その変奏の位置から、その模倣の音程差の数だけ、変奏番号（ユニット）を上（昇順）の順番で数える。
- ⑤下声部の模倣であれば、その変奏の位置から、その模倣の音程差の数だけ、変奏番号（ユニット）を下（降順）の順番で数える。
- ⑥その結果、楽曲の出発点などの区切りの部分に当たる場合は、そこに模倣の音程差と変奏の位置関係において数的な DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」があると見なす。
- ⑦その結果、模倣を使用する他の変奏に当たる場合は、その変奏の位置から、その模倣の音程差に基づき、再び④⑤の手順を行う。
- ⑧、⑦の手順を複数回繰り返すことができる場合は、そこに模倣の音程差と変奏の位置関係において数的な DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」があると見なす。

この DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」は、数の尺度から見れば順序尺度によるものであり、数的な順序の関係から同型性を見出すものである(第4章の pp.83-85 参照.)。楽曲全体から見ればローカルな数的関係であると言えよう。

5-2-1. バッハの影響があるとされる 4 作品の検討

ブラームスのピアノ変奏曲のうち、op.9、op.21-1、op.21-2、op.24 の 4 作品について、『ニューグロヴ世界音楽大事典 *The New Grove dictionary of music and musicians*.』の“Canon.”の項目の中で Mann; Wilson; Urquhart は次のように指摘している。

ブラームスは 19 世紀の他の作曲家の誰よりもカノンに真の興味を抱き、op.9、op.21 [op.21-1 および op.21-2]、op.24 においてバッハのカノンの鍵盤変奏曲 [《ゴルトベルク変奏曲》、カノン風変奏曲《高き天より》BWV769、その他] を見習った。(中略) ブラームスがカノン書法を特別に好んだことは、彼のバロック音楽への興味によってだけではなく、ルネサンスの巨匠たち [パレストリーナら] の作品の研究によってかきたてられたものである (Mann; Wilson; Urquhart 2001: 5. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

このように、ブラームスのピアノ変奏曲の中の op.9、op.21-1、op.21-2、op.24 の 4 作品のカノンは、《ゴルトベルク変奏曲》などのバッハのカノンの鍵盤変奏曲を見習ったとされている。従って、まずこの 4 作品の中のカノンについて、《ゴルトベルク変奏曲》の中のカノンにも見出される DIRS を注視する必要がある。

従って、まずこれらの 4 作品において、DIRS を検討する。

5-2-1-1. op.9

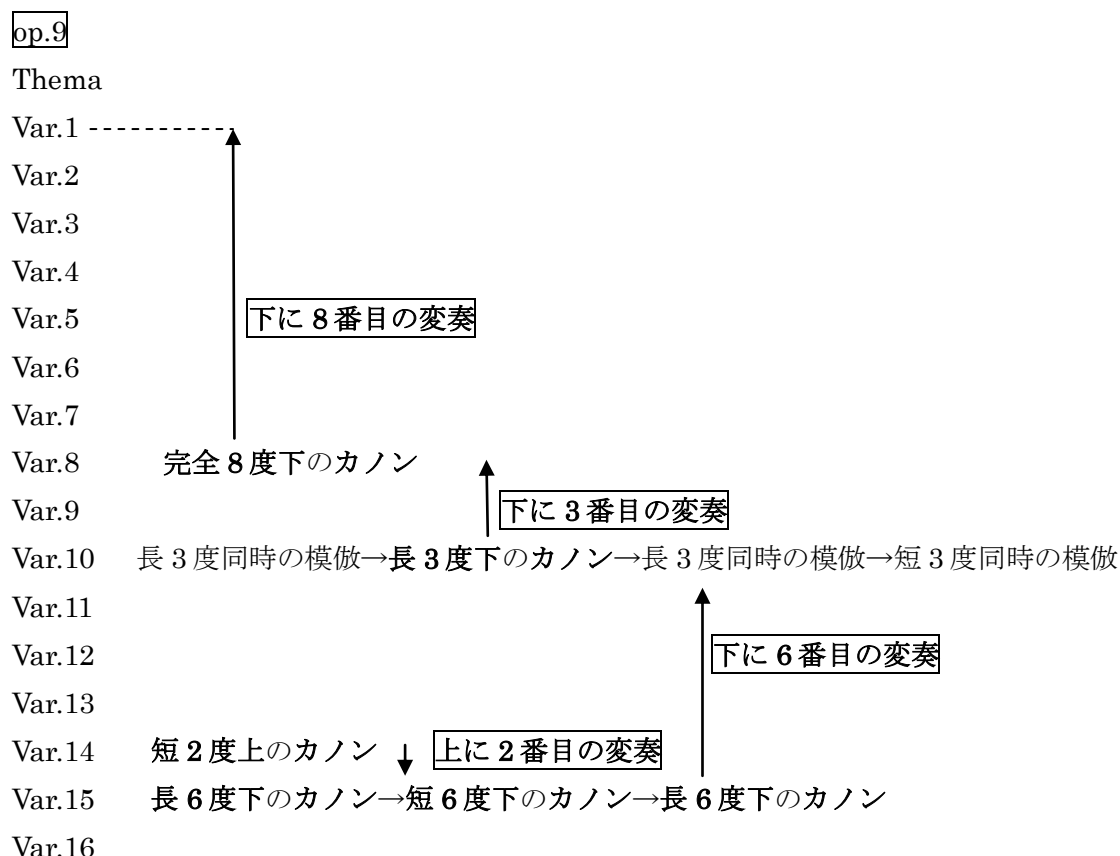
Mann らが、ブラームスがその中のカノンにおいてバッハの《ゴルトベルク変奏曲》などのカノンを見習ったとする op.9、op.21-1、op.21-2、op.24 の 4 作品のうち、op.9 については、筆者は以前、数的な関係性を指摘したことがある (三島 2012)。同様の方法によって分析した結果、この 4 作品のうちの op.9 以外の 3 作品においてもわずかな例外を除いて同様の関係性を指摘することができる。

筆者が以前に述べた、op.9 においてカノン風の変奏の模倣の音程という「縦」と、大きな楽曲の中の 1 曲単位での時間軸という「横」との間の数的な関係を図示する (図 5-9)。

まず、完全 8 度下の音程を持つカノンは第 8 変奏の位置にあることが明らかである。

このように、カノンの音程差と変奏番号が一致していることから、筆者は次のようなカノンの一連の結びつきの図式を考えた。

図 5-9 : op.9 中の模倣を使用する変奏の模倣の音程と、大きな楽曲の中の 1 曲単位での時間軸との間の数的な関係 (DIRS)



第 14 変奏の短 2 度上の音程のカノンから上（昇順）に 2 番目の変奏は長 6 度あるいは短 6 度下の音程のカノン（第 15 変奏）であり、その位置から下（降順）に 6 番目の変奏は長 3 度下の音程のカノン（第 10 変奏）である。そして、その位置から下（降順）に 3 番目の変奏は完全 8 度下の音程のカノン（第 8 変奏）であり、その位置から下（降順）に 8 番目の変奏は第 1 変奏（楽曲の出発点）である（三島 2012: 17.）（図 5-9）。

op.9 におけるこれらカノン風の変奏による一連の図式は、明らかな DIRS であると言える¹¹。

そして、op.9 におけるカノン風の変奏の図式から、次のことにも言及できるだろう。筆者のカノン風の変奏の図式においては、第 8 変奏は完全 8 度下の音程のカノンであり、その位置関係自体が完全 8 度（1 オクターヴ）を表す。そうであるならば、第 15 変奏の 6 度下の音程のカノンの位置関係は完全 15 度（2 オクターヴ）を表すと言えよう。第 8 変奏から 3 番目の変奏は第 10 変奏の 3 度下の音程のカノンであり、その第 10 変奏から 6 番目の変奏は第 15 変奏の 6 度下の音程のカノンであるが、この時、第 10 変奏の 3 度の音程と第 15 変奏の 6 度の音程が完全 8 度（1 オクターヴ）を二分する転回音程であることは興味深

い。なぜなら、この第 15 変奏までの図式が完全 15 度（2 オクターヴ）を表しているとするならば、それを 2 等分する中心の第 8 変奏の完全 8 度の音程のカノン（1 オクターヴ）、それをまた二分する転回音程の 3 度と 6 度のカノン（第 10 変奏と第 15 変奏）は、楽曲全体のカノン風の変奏の図式と一致しているからである。DIRS の図式による 3 度と 6 度の転回音程を見ることができる。

そして、この楽曲全体の中心、第 8 変奏の完全 8 度の音程のカノンのコメスは、1 オクターヴに渡るトレモロであり、第 8 変奏は実際には完全 15 度（2 オクターヴ）に渡る 3 声のカノンでもある。それは、この第 15 変奏までのカノンの 2 オクターヴに渡る一連の図式を示しているのかもしれない（第 8 変奏のカノンは第 15 変奏までのカノンの図式の中心に位置する.）。

さらに筆者は、これらカノン風の変奏すなわち C 型の模倣の変奏による図式に加えて、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうちの R 型の模倣の変奏について次のことを指摘する。

すでに述べたように、第 10 変奏の中において、R 型の模倣の変奏、すなわち旋律線の移動による音域の変更による変奏もまた行われている。それは、2 オクターヴ上、あるいは複合音程として捉えなければ 1 オクターヴ上の音程の音域の変更である（本章の p.95 を参照.）。これが楽曲の構成と関わるか考察する必要がある。

第 10 変奏の中では、まず A 部分において長 3 度の音程の同時の反行形の模倣が行われ、その反行形の旋律がオクターヴ上（完全 8 度上）の音域の変更を行い、A2 部分の長 3 度下の音程の反行カノンを形作っている¹²。第 10 変奏を含む 4 つのカノン風の変奏の C 型の模倣の音程によって楽曲全体における一連の結びつきの図式が見出せるのならば、第 10 変奏の中の旋律線の移動による音域の変更の R 型の模倣の音程の図式は楽曲全体に反映されないのだろうか。

第 10 変奏は長 3 度の音程の反行の模倣を持つが、実際には「長 3 度 + オクターヴ」という音程の模倣の関係にあることは譜面より明らかである（本章の p.95: 譜例 5-1 を参照.）。

まず筆者は、第 10 変奏という位置関係自体が、「長 3 度 + 完全 8 度 = 長 10 度」という第 10 変奏の模倣の音程と数的に一致することに注目した¹³。すなわち、第 10 変奏から長 3 度と完全 8 度下に下がれば第 1 変奏（楽曲の出発点）に行き着く¹⁴。そして、第 10 変奏の中の旋律線の移動による R 型の音域の変更に従って、そこからオクターヴ上（完全 8 度上）の音域の変更を行えば、第 8 変奏に行き着く。その第 8 変奏は完全 8 度下の音程のカノンであり、第 10 変奏との関係性は「3 つ先」であり、第 10 変奏の長 3 度下の音程のカノンとの関係性も明らかである。

このように、楽曲全体に及ぶ、カノン風の変奏である C 型の模倣の変奏による図式が、第 10 変奏の中の、旋律線の移動による音域の変更の R 型の模倣の図式と一致し、それらが楽曲全体の中で関わっていると見られることが考えられる。これは RIRS と見なせるであろう。

筆者は op.9 の中の第 10 変奏について、このような考察を行った¹⁵。その結果、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうちの R 型の模倣の変奏、すなわち旋律線の移動による音域の変更による変奏もまた、カノン風の変奏である C 型の模倣の変奏と同様に、模倣の音程差という縦と、大きな楽曲全体の中の 1 曲単位の時間という横の時間軸との数的な関係性、すなわち DIRS を持つことが示された。

op.9 以降の作品についても、R 型の模倣の変奏が、C 型の模倣の変奏と同様に、DIRS を持つかどうか検討する必要がある。

以上のように、筆者は、主としてカノンの音程差と、楽曲全体におけるカノンの変奏番号による 1 曲単位での位置関係との間に関連が見られると考えた。このことはカノンの音程という縦と、大きな楽曲の中の 1 曲単位の時間という横の時間軸に関連が見られ、縦と横の関係において DIRS が見られることを意味している。

ブラームスの op.9 におけるこのようなシンメトリーと、《ゴルトベルク変奏曲》におけるカノンの音程差と楽曲全体におけるカノンの変奏番号の曲単位での位置関係との間の回転のシンメトリー、そしてパレストリーナのみサ《わたしの口は賛美に満ち *Repleatur os meum*》におけるカノンの音程差とカノンの時間差との関係における回転のシンメトリーは、カノンの音程差と横の時間軸との回転のシンメトリーすなわち DIRS を如実に示していると言えよう。

op.9 について、MacDonald は次のように指摘している。op.9 の最初の 4 つの変奏は主題の 24 小節の構成を固守し、また最初の 8 つの変奏は主題の調性を守っているが、ブラームスは作品が進むにつれて、op.21・2 よりも調性とつり合いをより自由なものに改めている、としている (MacDonald 2001: 82.)。彼はさらに続ける。

このような [op.9 の哀愁に満ちた] 雰囲気は、構造的なコントロールを決して弱めていない。その構造的なコントロールとは、ある点では常にシューマン [、ローベルト] を凌いでいた対位法の巨匠 [ブラームス] によって強化されたものである。それは、いくつかの変奏を特徴づけている厳格なカノンに少なからず現れている (MacDonald 2001: 82.邦訳：三島. [] は筆者による.)。

このように MacDonald は、op.9 の中のいくつかの変奏における厳格なカノンは、対位法的、構造的なコントロールを行っていることを示している。そして Sisman は、op.9 において「カノンの戦略的な配置」があるとしている (Sisman 1990: 148.)¹⁶。

このような op.9 の中のカノンについての指摘から、ブラームスの変奏曲作品において、楽曲全体の中のカノンが、戦略的に、そして数的なシンメトリーによって配置されているという可能性はあるかもしれない。加えて、op.9 の第 10 変奏において、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうち R 型の模倣の変奏についても、DIRS が示された。ブラームスの他の変奏曲作品の中のカノン風の変奏及びカノン風の変奏以外の模倣を使用する変

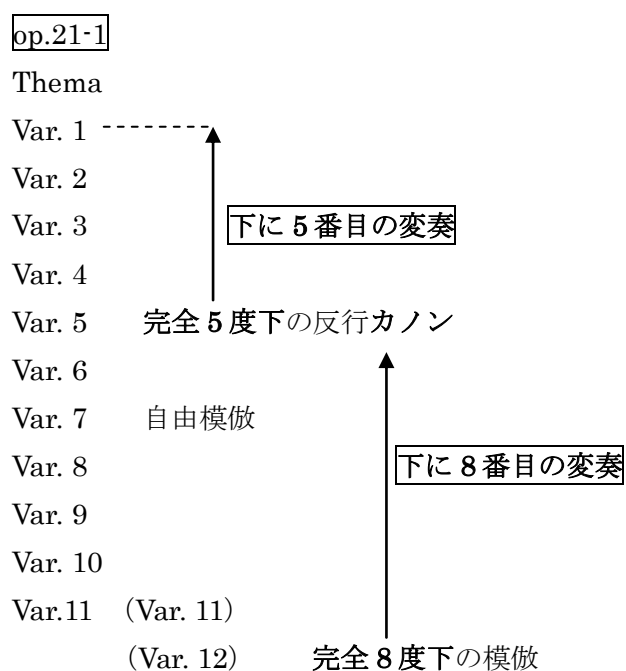
奏と、楽曲全体との間の数的なシンメトリーの関係、すなわち DIRS について、考察する価値がある¹⁷⁾。

続いて、op.21-1 を検討する。

5-2-1-2. op.21-1

op.21-1 を検討する（図 5-10）。

図 5-10 : op.21-1 中の模倣を使用する変奏における DIRS



まず、完全 5 度下の音程のカノンは、第 5 変奏の位置にあることが明らかである。

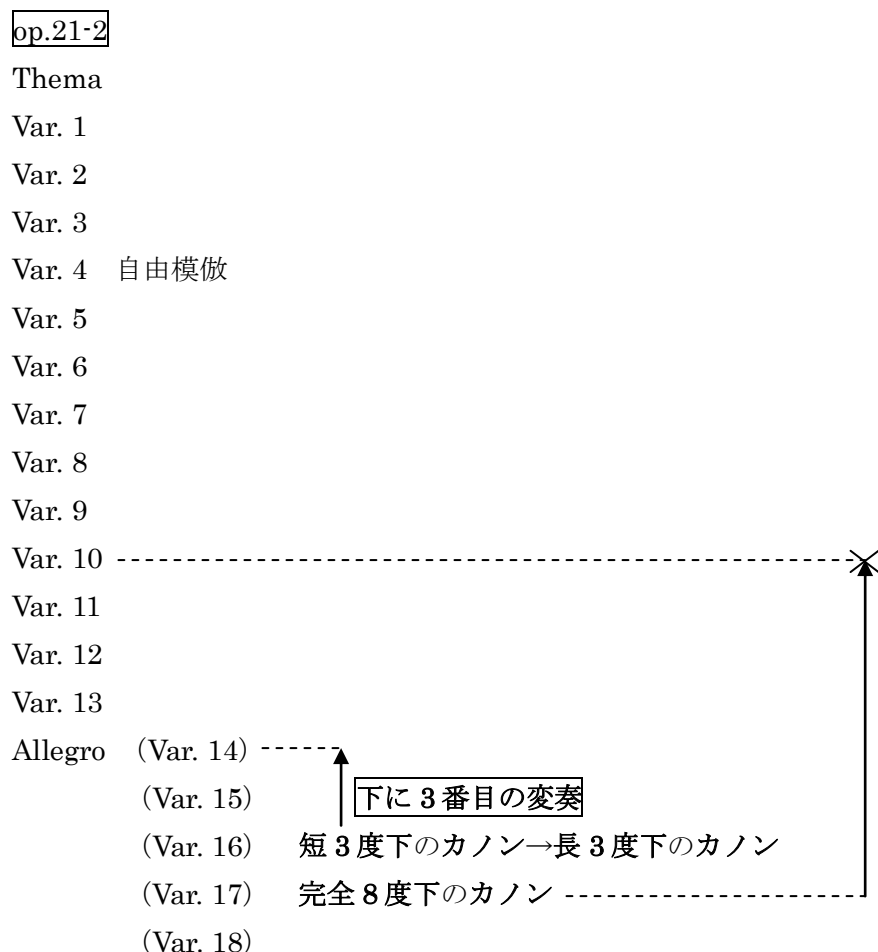
このことから次のような図式を考えることができる。すなわち、最後の「第 12 変奏」である完全 8 度下の音程の模倣から下（降順）に 8 番目の変奏は、完全 5 度下の音程のカノンに当たり、その位置から下（降順）に 5 番目の変奏は、第 1 変奏（楽曲の出発点）である。

op.9 と同様に、op.21-1 においても縦と横の関係における DIRS を指摘することができる。続いて、op.21-2 を検討する。

5-2-1-3. op.21-2

op.21-2 を検討する（図 5-11）。

図 5-11 : op.21-2 中の模倣を使用する変奏における DIRS



短 3 度下あるいは長 3 度下のカノンが、終曲 Allegro の出発点から 3 番目の変奏であることは明らかである。

すなわち、「第 16 変奏」の短 3 度下あるいは長 3 度下の音程のカノンから下（降順）に 3 番目の変奏は、「第 14 変奏」つまり終曲 Allegro の出発点である。

op.21-2 においても、縦と横の関係における DIRS を 1 つ指摘することができる。

その一方で、「第 17 変奏」の完全 8 度下の音程のカノンから下（降順）に 8 番目の変奏は、第 10 変奏であるが、それは模倣を使用する変奏ではない(図 5-11 では×にて示した.)。確かに、第 10 変奏から「第 17 変奏」までの 8 つの変奏は、主題の拍子とは異なる 2/4 拍子を持つ変奏のグループではある。第 10 変奏はそのグループの出発点であり、DIRS に従って 8 つの変奏のグループの横の時間軸は、完全 8 度音程の縦を表しているのかもしれないが、それ以上のことは言及できないだろう。

続いて op.24 を検討する。

5-2-1-4. op.24

op.24 を検討する (図 5-12)。

図 5-12 に示したように、前の 3 作品と同様、op.24 においても縦と横の関係における DIRS を指摘できる。

前の 3 作品と同様に、まずカノン風の変奏すなわち C 型の模倣の変奏から、縦と横の関係における DIRS を検討する。

最初に、第 6 変奏のカノンを考える。第 6 変奏の完全 8 度上、完全 8 度下の音程のカノンから下 (降順) と上 (昇順) に 8 番目の変奏を数える。下 (降順) は楽曲の枠外に 1 つ分ずれて飛び出し (図 5-12 では×にて示した.)、上 (昇順) は第 13 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣の変奏に行き着く¹⁸。

その第 13 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣から上 (昇順) に 8 番目の変奏は、第 20 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣を持つ変奏である。

その第 20 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣から上 (昇順) に 8 番目は、フーガの主題提示部の 1 つ先「27」にずれて飛び出す (図 5-12 では×にて示した.)。

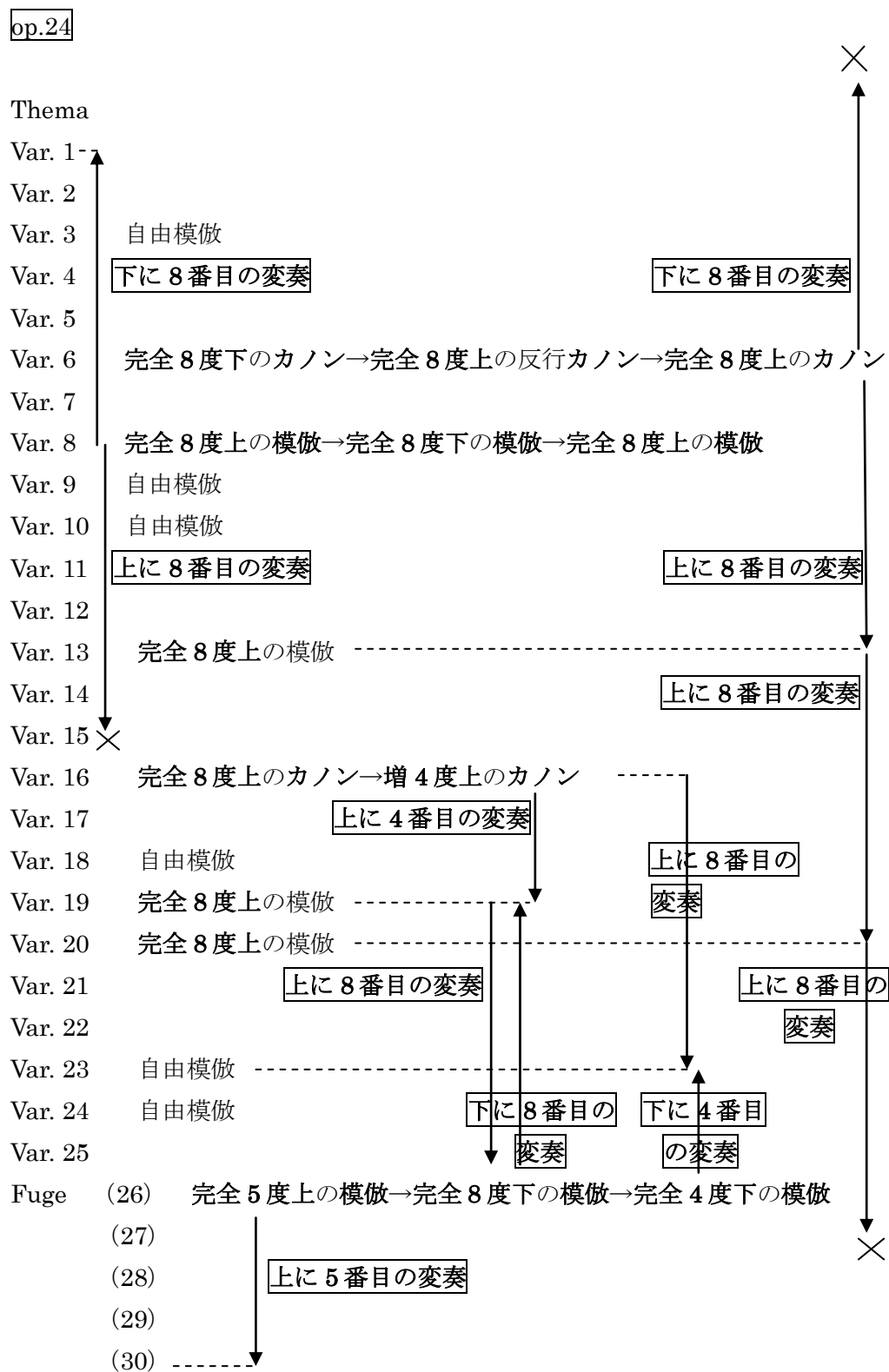
この「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の完全 8 度の音程による模倣、すなわち変奏番号を 8 つ分数えることによる一連の結びつきの図式は、縦と横の関係における DIRS と見なすことができる。なぜなら、変奏番号を数える手順を複数回繰り返し、同様の検討を行うことができるからである (ずれて飛び出す第 6 変奏、第 20 変奏においては、その行き先がずれているのみであって、その位置関係自体は DIRS を示すことができる.)。

この「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の図式は、両端の 1 つ分のずれによる飛び出しがあるものの、変奏曲全体を覆うような、かなり明確な構成を持っていると考えられる¹⁹。そして、「ブラームスが彼の図式の中でほとんど中心に置くようにも気をつけた (MacDonald 2001: 180.)」とされる第 14 変奏の前の変奏であり、楽曲の中心に位置することがしばしば強調される第 13 変奏 (Mayer 1928: 504., Jonas 1955: 323-324., John; Ismer 1995: 312.) は、まさに一連の結びつきの図式の中心に位置している (このことは、楽曲において、音程差と共に音程比すなわち比率の構成が成されていることを示しているのかもしれない。すなわち、この図式は次項の RIRS の考察の中で重要な意味を持つことになるだろう。本章の p.146: 図 5-23 を参照.)。

次に、第 16 変奏のカノンを見る。第 16 変奏の完全 8 度上、増 4 度上の音程のカノンから上 (昇順) に 8 番目の変奏と、上 (昇順) に 4 番目の変奏を数える。上 (昇順) に 8 番目の変奏は第 23 変奏の自由模倣、上 (昇順) に 4 番目の変奏は第 19 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣を持つ変奏である。

その第 19 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣から上 (昇順) に 8 番目の変奏は、完全 5 度上、完全 8 度下、完全 4 度下の音程の模倣を持つフーガの主題提示部「第 26 部分」である。

図 5-12 : op.24 中の模倣を使用する変奏における DIRS



その完全 5 度上、完全 8 度下、完全 4 度下の音程の模倣を持つフーガの主題提示部「第 26 部分」から上（昇順）に 5 番目の変奏、下（降順）に 8 番目の変奏、下（降順）に 4 番目の変奏は、それぞれ、フーガの最後の部分である「第 30 部分」（楽曲の最後の部分）、第 19 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣を持つ変奏、第 23 変奏の自由模倣である。

このように、この図式は最終的に楽曲の最後に当たるか、もしくは一度検討を終えた第 19 変奏、第 23 変奏の位置に戻り、同様の手順を繰り返すという状態になる。これは DIRS と見なすことができる。なぜなら、この図式において、変奏番号を数える手順を複数回繰り返し、その結果、最終的に楽曲の最後という区切りの部分に当たるためである。

この第 16 変奏のカノンからの考察を図式から詳しく見る。第 16 変奏のカノンは完全 8 度上、増 4 度上の 2 つの音程を持つが、これはフーガの主題提示部の持つ完全 8 度下、完全 4 度下の 2 つの音程と対称性を持っていることが図式から読み取れる。すなわち、それぞれ 8 番目、4 番目の行きつく先が二重性を持って一致している。それは、第 19 変奏と自由模倣の第 23 変奏である²⁰。

その上で、フーガの持つ完全 5 度上の音程は、楽曲の最後の部分「第 30 部分」に行き着く。フーガの主題提示部、完全 8 度下、完全 4 度下、完全 5 度上の音程による模倣の構図が、変奏番号の図式に反映されていることが見てとれる。そして、第 16 変奏のカノンから、フーガの主題提示部「第 26 部分」にかけての一連の結びつきの図式を認めることができる。

続いて、op.24 の第 8 変奏を検討する。これは、2 つの旋律が上下入れ替わって模倣する転回対位法の I 型の変奏である。第 8 変奏の完全 8 度上、完全 8 度下の音程の模倣から上（昇順）の 8 番目の変奏、下（降順）に 8 番目の変奏は、それぞれ第 15 変奏、第 1 変奏（楽曲の出発点）である。一方の第 15 変奏は模倣を使用する変奏ではない（図 5-12 では×にて示した。）が、他方では第 1 変奏（楽曲の出発点）に行き着く。

この op.24 の第 8 変奏が完全 8 度下の音程の模倣を含むことは、op.9 において第 8 変奏が完全 8 度下の音程のカノンであること、op.21-1 において第 5 変奏が完全 5 度下の音程のカノンであること、op.21-2 において終曲の 3 つ目の部分が短 3 度あるいは長 3 度下の音程のカノンであることと、何ら変わりはない。つまり、模倣の音程差とある出発点からの変奏番号が一致している。第 1 変奏あるいは終曲の冒頭の部分を出発点と考えることによって、これらの明確な図式を理解することができる。これは DIRS と見なすことができる。

また、この第 8 変奏の図式は、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうち、転回対位法による I 型の模倣の変奏もまた、DIRS の図式を示すことができることをことを表している。

以上のように、前の 3 作品と同様に、縦と横の関係における DIRS を示した。

しかし、すでに指摘したように、この op.24 においてはそれ以前の 3 作品とは異なり、模倣の音程差と大きな楽曲の中の 1 曲単位の時間軸との間の DIRS の構成の図式に、若干のずれが生じる（図 5-12 では×印によって 3 つ全てを表した.）。

1 つ目は、第 6 変奏のカノンの中の完全 8 度下の音程の C 型の模倣であり、その位置が

ら下（降順）に 8 番目の変奏は主題の前の位置になり、ずれが生じている。

2 つ目は、第 8 変奏の中の完全 8 度上の音程の I 型の模倣であり、その位置から上（昇順）に 8 番目の変奏は第 15 変奏の位置になるが、この第 15 変奏は模倣を使用する変奏ではない。

3 つ目は、第 20 変奏の完全 8 度上の音程の R 型の模倣であり、その位置から上（昇順）に 8 番目の変奏はフーガの 2 つ目の部分（「第 27 部分」の位置）にあたるが、その部分においては模倣を使用していない。

このように 3 つのずれが生じる。これらのずれのうち、第 6 変奏と第 20 変奏から 8 つの音程の数を数えたもの（前述のうち、1 つ目と 3 つ目のずれ）は、「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の完全 8 度の音程による模倣、すなわち変奏番号を 8 つ分数えることによる一連の結びつきを構成していることはすでに述べた。それは変奏曲全体を覆うような構造を示している（ずれの結果、最初の主題の 1 つ前、最後のフーガの主題提示部の 1 つ後の位置を指していることが明らかである。）。これらのずれを DIRS の観点から説明することはできないが、これらのずれを含んだ「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の一連の結びつきの構成は、音程比の RIRS の考察の中で重要な意味を持つことになるかもしれない。

もう 1 つのずれ、すなわちすでに指摘したもののうち、2 つ目のずれを検討する。第 8 変奏の I 型の模倣の変奏から 8 つの音程の数を数えたものは第 15 変奏に当たることはすでに述べたが、この第 15 変奏と第 16 変奏のカノンはブラームス自身によってその位置を交換された変奏である（Bernstein 1973: 275.）ということは興味深い²¹（写真 5-1）。

つまり、第 8 変奏から 8 つの音程の数を数えた箇所当たる第 15 変奏は、今現在は模倣を使用する変奏ではない。しかし、もともと自筆譜の第 15 変奏の位置には、現在は第 16 変奏の位置に変えられた、完全 8 度上と増 4 度上の音程を持つカノンが配置されていたという事実があるのである。

Wiesenfeldt は、この第 15 変奏と第 16 変奏の交換について次のように述べている。

〔第 15 変奏と第 16 変奏の〕交換という事象はすでに、ブラームスは、それぞれの変奏が任意の配列を持つように、鎖状の形式の中で典型的な変奏曲を作曲したのではなく、むしろほとんど他には考えられないような 1 つの作品の持つ強い関連を念頭に置いている、ということを示している（Wiesenfeldt 2008: 245. 邦訳：三島.[] は筆者による。）

このようにブラームスは、変奏曲作品の中の変奏の配列を、任意によるものとは捉えていないと見られる。そうではなく、彼は 1 つの変奏曲作品の持つ変奏同士の強い関連を意識しているだろう。

写真 5-1 : ブラームスの op.24 の自筆譜「op.24 における第 15 変奏と第 16 変奏の交換」

(Library of Congress より . <http://www.loc.gov/resource/ihas.200153059#seq-13>)

ブラームスは、作品のより大きな結びつきを念頭に置き、意図的に第 15 変奏と第 16 変奏の順序を入れ替えたと考えられる。作品の大きな構成を考えた際に、自筆譜の時点では、第 16 変奏のカノンは第 15 変奏の位置にあった、ということも考えられるという事実は、この DIRS による構成を計る上で示唆に富んでいる。なぜなら、この第 15 変奏と第 16 変奏の交換によって、第 8 変奏の完全 8 度上の模倣から上（昇順）に 8 番目の変奏の位置すなわち第 15 変奏の位置に、自筆譜の状態ではカノンが配置されていたと説明することができ、DIRS のずれの 1 つを訂正することができるからである。

そして、この第 8 変奏からの図式において DIRS のずれの 1 つを訂正することを認めるならば、次のことにも言及できる。

この第 8 変奏から第 15 変奏までの図式と、前述したような、第 16 変奏のカノンから始まり、フーガへ到達する一連の結びつきの図式とが、第 15 変奏と第 16 変奏との交換によって関連付けられるかもしれない。つまり、op.24 の中の 2 つの別々の図式が 1 つにまとめられることを示唆している。op.24 における作品のより大きな結びつきが考えられる可能性がある。

さらに言及すれば、この第 15 変奏と第 16 変奏の交換は、DIRS と RIRS のどちらを優先させるかを示しているのかもしれない。つまり、楽曲において音程比の RIRS を優先させた結果、ある程度の音程差の DIRS のずれを許容することが可能であることを示しているのかもしれない。いずれにしろ、これについては次項において述べる。

このことから、作曲者の意図が公的な作品あるいはその自筆譜に姿を現しており、作品から意図を逆算することが可能であるとも捉えられるかもしれない。

op.24 における DIRS に適合しない 3 つのずれについて、このような考察を行った。

以上のように、バッハのカノンの鍵盤変奏曲を見習ったとする op.9、op.21-1、op.21-2、

op.24 の 4 作品において、わずかな例外を除いて、模倣の音程差と大きな楽曲の中の 1 つの曲単位での時間軸との縦と横のシンメトリー、すなわち DIRS を見出すことができた。

そしてそれらは、楽曲全体の構造における出発点など（第 1 変奏や最後の部分など）と関係があり、DIRS の構成は楽曲全体の構造と関わっていることが認められよう。わずかな例外である op.24 の中の 3 つのものも、そのずれは 1 つ分の変奏のみである。そしてそのずれは、ブラームス自身による変奏の交換という事象から見ても、DIRS の構成と無関係ではないことが示唆される。

また、op.24 の第 8 変奏の検討から、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうち、I 型の模倣の変奏においても DIRS の図式を示すことができた。このことは、op.9 の第 10 変奏の検討から、カノン風の変奏以外の模倣を使用する変奏のうち、R 型の模倣の変奏においても DIRS の図式を示すことができたことと同様である。本論文において分析の中心的な対象であるカノン風の変奏すなわち C 型の模倣の変奏だけでなく、分析の副次的な対象である I 型、R 型の模倣の変奏についても DIRS を示すことができたことは、模倣を使用する変奏の 3 つのタイプ全てに DIRS の図式が見られる可能性があることを示している。

5-2-2. op.23、op.35、op.56b の検討

ブラームスの以上の 4 作品以外のピアノ変奏曲、すなわち op.23、op.35、op.56b について DIRS を検討する。

まず op.23 を検討する。

5-2-2-1. op.23

op.23 を検討する（図 5-13）。

第 4 変奏の完全 8 度上の音程を持つカノンの上（昇順）に 8 番目の変奏を数えると、変奏曲の枠外に飛び出し、全く認められない。同様に、第 5 変奏の完全 8 度の音程の音域の変更による R 型の模倣の変奏の上（昇順）に 8 番目の変奏もまた、変奏曲の枠外に飛び出し、全く認められない。

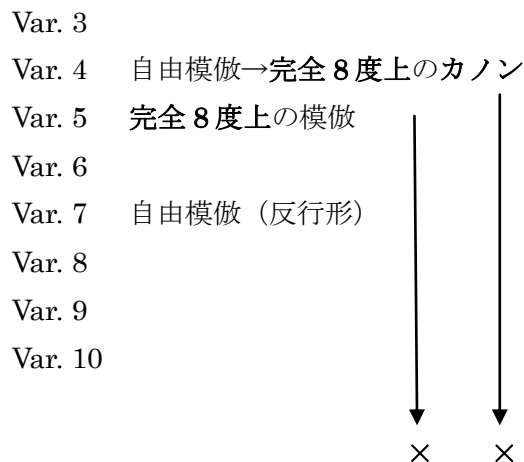
図 5-13 : op.23 の中の模倣を使用する変奏における DIRS の検討

op.23

Thema

Var. 1

Var. 2



続いて op.35 を検討する。

5-2-2-2. op.35

op.35 を検討する（図 5-14）。

op.35 は、第 1 巻と第 2 巻が存在するが、ブラームス自身はこの全 2 巻を通して演奏することもまた認めている²²。従って、op.35 の全 2 巻を 1 つの作品として、DIRS の検討を行うことが可能である。

前の 4 作品と同様に、まずカノン風の C 型の模倣の変奏から、縦と横の関係における DIRS を検討する。

最初に、第 1 巻の終曲の中の「第 14 変奏」の中のカノンを考察する。「第 14 変奏」は長 3 度下、完全 5 度下、長 7 度下の音程のカノンを含むため、「第 14 変奏」から下（降順）に 3 番目、5 番目、7 番目の変奏を数える。それぞれ、第 12 変奏のカノン、第 10 変奏のカノン、第 8 変奏の完全 1 度の音程の模倣に行き着く。これは、明らかな DIRS の図式と捉えられる。とりわけ、「第 14 変奏」のカノンの模倣の音程が持つ 3 度音程の重積、すなわち長 7 和音の音程が、DIRS によって op.35 の第 1 巻の変奏の配列に反映されていることが見てとれる（第 8 変奏、第 10 変奏、第 12 変奏、「第 14 変奏」の、3 つ分の変奏の間隔による 4 つの変奏の結びつきは、長 7 和音を表しているかのようである。）。

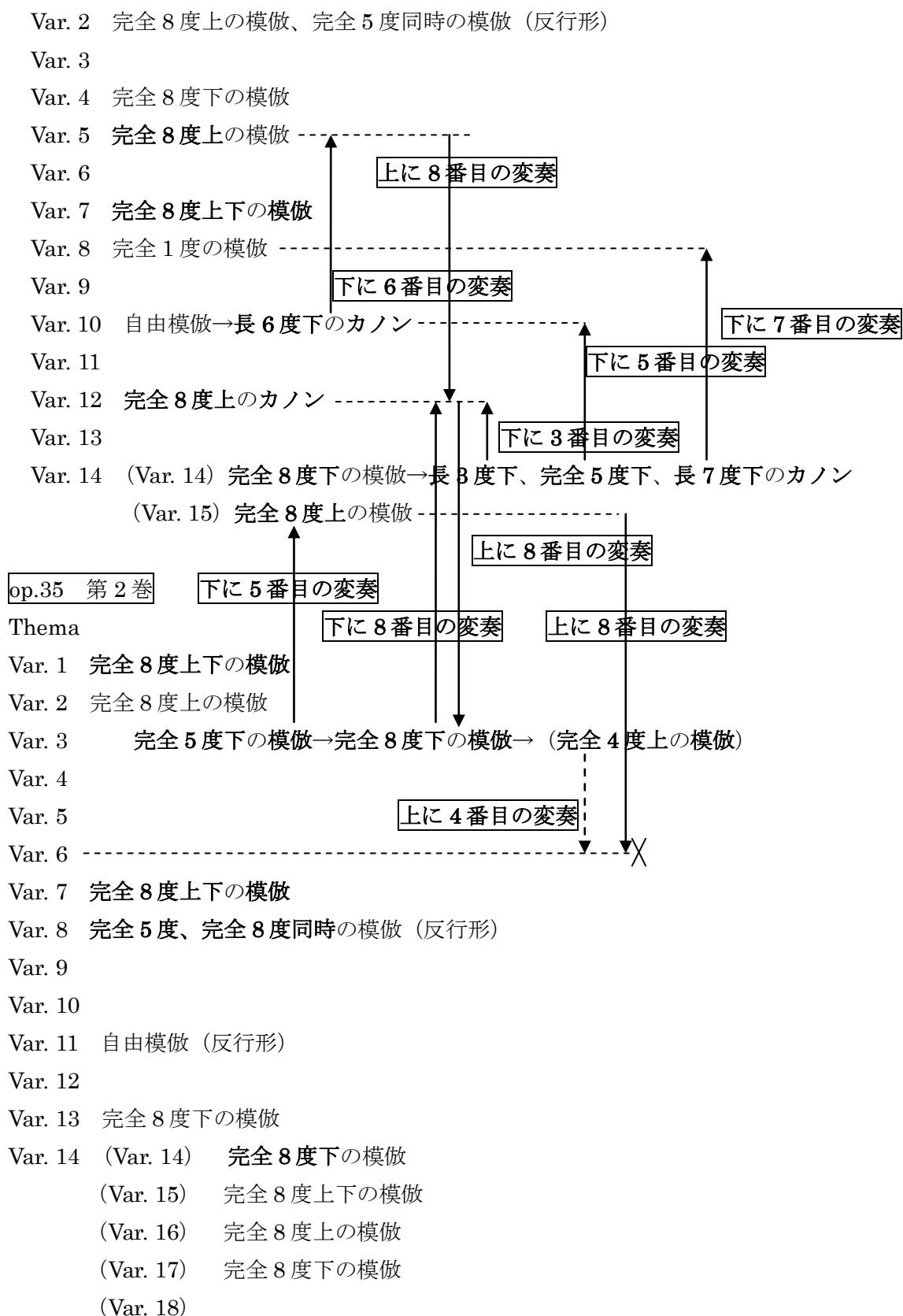
第 12 変奏、第 10 変奏のカノンから先の図式は以下に検討する。第 8 変奏のユニゾンの模倣の変奏は、その位置から模倣の上下を示すことができない。

図 5-14 : op.35 の中の模倣を使用する変奏における DIRS

op.35 第 1 巻

Thema

Var. 1 完全 8 度上の模倣



続いて、第1巻の第10変奏のカノンを考える。第1巻の第10変奏の長6度下の音程のカノンから下（降順）と6番目の変奏を数える。その位置から下（降順）に6番目は、第1巻の第5変奏、すなわち完全8度上の音程の音域の変更を持つR型の模倣の変奏に行き着く。

その第1巻の第5変奏、すなわち完全8度上の音程のR型の模倣から上（昇順）に8番目の変奏を数える。その位置から8番目は、第1巻の第12変奏、すなわち完全8度上の音程を持つカノンに行き着く。

その第1巻の第12変奏、すなわち完全8度上の音程のカノンから上（昇順）に8番目の変奏を数える。その位置から8番目は、第2巻の第3変奏、すなわち完全5度下、完全8度下の音程の模倣（及び完全4度上の音程の不完全な模倣）を持つ変奏に行き着く。

その第2巻の第3変奏、すなわち完全5度下、完全8度下の音程の模倣、（及び完全4度上の音程の不完全な模倣）を持つ変奏から下（降順）に5番目の変奏、下（降順）に8番目の変奏、上（昇順）に4番目の変奏は、それぞれ第1巻の第12変奏、第1巻の「第15変奏」、第2巻の第6変奏である。

それぞれを検討する。第1巻の第12変奏は完全8度上の音程のカノンであり、すでに検討を終えた位置に戻っており、同様の手順を繰り返すという状態にある。

第1巻の「第15変奏」は完全8度上の音程の音域の変更を持つR型の模倣の変奏である。そこから上（昇順）に8番目の変奏は第2巻の第6変奏であり、第2巻の第3変奏から上（昇順）に4番目の変奏と、二重性を持って一致している（ただし、この第2巻の第6変奏は模倣を使用する変奏ではない。図5-14では×を示した.）。

この第2巻の第3変奏の図式を詳しく考察する。

op.24のフーガの主題提示部の完全8度下、完全4度下、完全5度上の音程による模倣の構図が、変奏番号の図式に反映されていることはすでに述べた。それと同様に、op.35の第2巻の第3変奏の完全5度下、完全8度下の音程の模倣、（及び完全4度上の音程の不完全な模倣）の構図が、変奏番号の図式に反映されていることを確認することができる（ただし、完全4度上の音程の不完全な模倣を反映した第2巻の第6変奏は、模倣を使用する変奏ではないことは指摘できる。図5-14では点線で示した.）。

以上のように、第1巻の終曲の「第14変奏」のカノンから始まり、変奏番号を数える手順を複数回繰り返した結果、op.35の全2巻にわたる模倣の音程差と変奏番号の関係による大きな構図を描くことができる。その構図による図式の中には、3つのカノン及び第2巻の第3変奏といった、中心的に検討すべきカノン風の変奏すなわちC型の模倣の変奏を全て含むことができる。この図式は、明らかなDIRSと見なすことができる。

カノン風の変奏すなわちC型の模倣の変奏に続いて、2つの旋律が上下入れ替わって模倣する転回対位法のI型の模倣の変奏を検討する。それらはop.35の第1巻の第7変奏、第2巻の第1変奏、第7変奏である（煩雑になるため、図5-14におけるこの図式は省略した.）。

第1巻の第7変奏の完全8度上、完全8度下の音程の模倣から上（昇順）の8番目の変

奏、下（降順）に 8 番目の変奏は、それぞれ第 1 巻の Thema、第 1 巻の「第 14 変奏」である。

その第 1 巻の「第 14 変奏」の完全 8 度下の音程の模倣から下（降順）に 8 番目の変奏は、同じ第 1 巻の第 7 変奏に戻る。そして、この「第 14 変奏」の中のカノンの 3 つの音程については、すでに検討を終え、明らかな DIRS を示した。

第 2 巻の第 1 変奏の完全 8 度上、完全 8 度下の音程の模倣から上（昇順）の 8 番目の変奏、下（降順）に 8 番目の変奏は、それぞれ第 1 巻の第 10 変奏のカノン、第 2 巻の第 8 変奏の模倣を使用する変奏である。

その第 1 巻の第 10 変奏の長 6 度下の音程のカノンは、すでに検討を終えたものである。また第 2 巻の第 8 変奏は、完全 5 度、完全 8 度の音程による同時の模倣であり、模倣の上下、すなわち上（昇順）あるいは下（降順）の方向性をそこから示すことができない。

第 2 巻の第 7 変奏の完全 8 度上、完全 8 度下の音程の模倣から上（昇順）の 8 番目の変奏、下（降順）に 8 番目の変奏は、それぞれ第 2 巻の Thema、第 2 巻の「第 14 変奏」である。

その第 2 巻の「第 14 変奏」の完全 8 度下の音程の音域の変更から下（降順）に 8 番目の変奏は、同じ第 2 巻の第 7 変奏に戻る。

これらはそれぞれ、何らかの DIRS を示すことができるのだろう。以上のように、op.35 における DIRS の考察が成された。

続いて、op.35 における DIRS の考察から筆者は次のことに言及する。

op.35 において、3 つのカノン風の変奏すなわち C 型の模倣の変奏は、全て中心的に 1 つの図式に含まれていると思われる（図 5-14 の中の、前述の「第 14 変奏」の中のカノンから始まる図式を参照されたい）。それに対して、op.35 において、音域の変更による R 型の模倣の変奏は、一連の図式において副次的な役割を果たすものでしかないように思われる。

そして、op.24 においては R 型の模倣の変奏（第 13 変奏、第 19 変奏、第 20 変奏）が 3 つ全て、何らかの DIRS の図式に含まれていたのに対して、op.35 において、R 型の模倣の変奏の多くは、DIRS の図式に含まれていない（図 5-14 において、本来ならば×印によってこれらのずれを全て示すべきであるが、煩雑になるため逐一示していない）。これはブラームスのそれまでの変奏曲作品と大きく異なる点である。

続いて op.56b を検討する。

5-2-2-3. op.56b

op.56b を検討する（図 5-15）。

op.56b において、DIRS は一部のものしか認められない。しかし、これは楽曲の全体構成にとって非常に重要であると思われるため、注視して検討する。

まず、非常に対位法的な変奏である第 8 変奏を考察する。この変奏は完全 12 度上の音程の模倣と完全 8 度上の音程の R 型の模倣に伴い、その 2 つの音程の間に完全 5 度下の音程

のカノンすなわち C 型の模倣を持つ。その図式は、そのまま楽曲全体に反映され、DIRS を構成すると見られる。

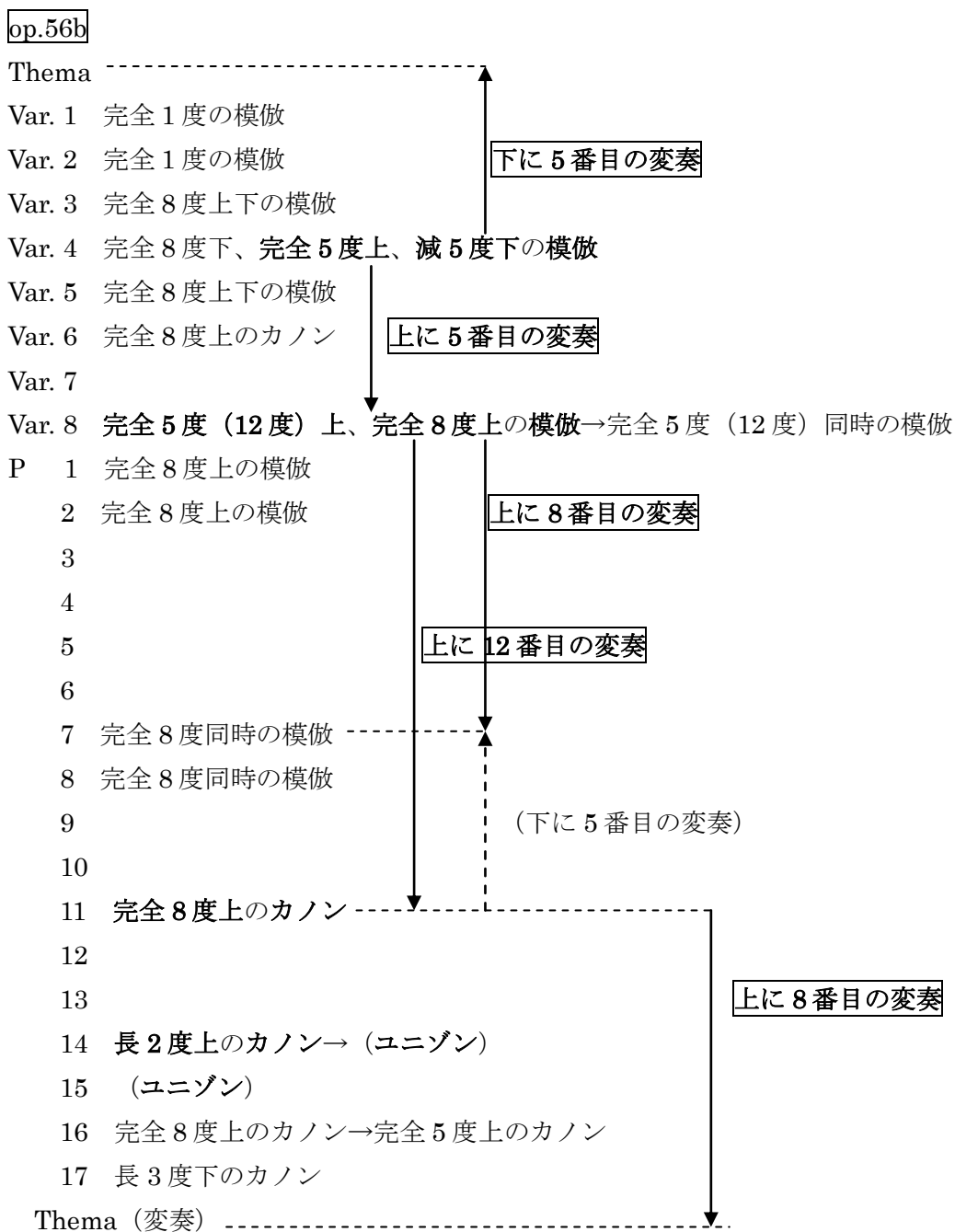
すなわち、第 8 変奏から上（昇順）に 12 番目と 8 番目の変奏は、それぞれ終曲のパッサカリアの中の 11 番目の繰り返しと 7 番目の繰り返しである。11 番目の繰り返しは完全 8 度上の音程のカノンであり、7 番目の繰り返しは完全 8 度の音程の同時の模倣である。その 11 番目の繰り返しから上（昇順）に 8 番目の変奏は、楽曲の最後の Thema に当たる。同時に、11 番目の繰り返しと 7 番目の繰り返しとの関係性は、下（降順）に 5 番目の変奏であり、まさに第 8 変奏の中の完全 5 度下の音程のカノンを反映している。この図式は明らかな DIRS と言える。

第 8 変奏の旋律自体、右手と左手のオクターヴ（完全 8 度音程）関係のユニゾンによって成り立っており、その 2 声全体が模倣され、カノンなどを形成している。上記のような DIRS が示されるならば、第 8 変奏自体が完全 8 度音程を示し、パッサカリアの 11 番目の繰り返しと最後の Thema との 8 番目の関係性もまた完全 8 度音程を表し、オクターヴの音程による 2 声全体の模倣を示唆しているのかもしれない。その全体の図式の中において、完全 5 度の音程のカノンを含む DIRS が示されているのだろう。このことはつまり、op.56b 全体の 26 個の変奏ユニット自体が、3 オクターヴと完全 5 度の音程を表していることを示すのかもしれない（3 オクターヴは完全 22 度であり、それに完全 5 度を加えると完全 26 度となる。）。

また、他の変奏についても一部 DIRS を提示できるものがある。第 4 変奏の 5 度上下の I 型の模倣は、その位置から 5 番目の変奏の一方は Thema、他方は第 8 変奏に行き着き、DIRS を示すことができる。また、パッサカリアの 1 番目の繰り返しと 8 番目の繰り返し（いずれも完全 8 度の音程の模倣）との間の、8 番目の変奏という関係性も指摘できる。

では、その他のカノンについて、DIRS を示唆できるものはないだろうか。楽曲全体の 26 変奏ユニットが 3 オクターヴと完全 5 度を示すならば、第 1 変奏から第 8 変奏、パッサカリアの 7 番目の繰り返しにかけては、2 オクターヴを示すと言える。この 7 番目の繰り返しから 1 オクターヴ（完全 8 度）すなわち 8 個目を数えると、14 番目の繰り返しの長 2 度上の音程のカノンに行き着く。

図 5-15 : op.56b の中の模倣を使用する変奏における DIRS



ここで、14 番目の繰り返しの中のカノンは、長 2 度上の音程からユニゾンの音程に変わること、あるいは複合音程として捉えれば、長 9 度上の音程から完全 8 度上の音程に変わることが思い起こされる（本章の p.112 参照）。そしてそのユニゾンは、続く 15 番目の繰り返しへと引き継がれる。

14 番目の繰り返しの長 2 度上のカノンから 15 番目の繰り返しへ、上（昇順）に 2 個数

えることは、7 番目の繰り返しから、14 番目の繰り返しの長 2 度上の音程のカノンと 15 番目の繰り返しへ、上（昇順）に 8 個、9 個数えることと全く同じことである。

この 2 度音程からユニゾンへの、すなわち 14 番目の繰り返しの 2 度のカノンから 15 番目の繰り返しのユニゾンへの変化は、そのまま楽曲全体の DIRS の図式に反映されているかのようである。

このように、op.56b の DIRS による全体構成と、カノンの DIRS の変化が類似することが示唆された。

5-2-3. まとめ

以上 7 作品の分析から、DIRS の項をまとめよう。

Mann らが、ブラームスがその中のカノンにおいてバッハの《ゴルトベルク変奏曲》などを見習ったとする op.9、op.21-1、op.21-2、op.24 の 4 作品において、《ゴルトベルク変奏曲》から筆者が読み取った数的関係である DIRS が、高い確率で見られた。さらに、カノンのみならず、模倣を使用する変奏の 3 つのタイプ全てにおいて、DIRS を示すことができた。それらが楽曲全体の構造と関わっている可能性を指摘することができた。この 4 作品における DIRS の構成がおよそ偶然ではないことがうかがえる。

さらに、この 4 作品に続く変奏曲作品である op.35、op.56b においても、何らかの DIRS を指摘することができた。

しかし、この 4 作品以降の op.35、op.56b において、DIRS は、作品番号が進むにつれて、次第にずれなどの例外的なものを多く含むようになることが読み取れる。すでに述べたように、音程差の DIRS と共に、音程比の RIRS もまた楽曲の構成に関わることによって、このような例外的な事態が起こるのかもしれない。

次項では、ブラームスのピアノ変奏曲において、カノン風の変奏などの、楽曲全体におけるその模倣の音程比の位置と当該変奏の位置との間の数的関係、すなわち RIRS を検討する。

5-3. RIRS: 「模倣の音程比と回転のシンメトリー」

第 4 章で述べたように、ブラームスのピアノ変奏曲作品において RIRS 「模倣の音程比と回転のシンメトリー」を検討する（第 4 章の pp.69-70 参照.）。

すなわち、模倣を使用する変奏の、楽曲全体におけるそれらの位置関係を確認するとともに、楽曲全体におけるその模倣の音程比の位置を割り出す。

その手順を確認しよう。以下に RIRS の分析手順を列挙する。

・ RIRS 「模倣の音程比と回転のシンメトリー」の分析手順

- ①模倣を使用し、かつその音程が定まっている変奏を抽出する。
- ②それらの変奏の模倣の音程を把握する。

- ③楽曲全体の変奏回数（変奏のユニットの数）を基にその変奏の位置関係を把握する。
- ④楽曲全体において模倣の音程比に当たる位置を把握する（その比率が全体における前半部分の比率になる場合を見る。筆者はこれを主体的なものとする。）。
- ⑤楽曲全体において模倣の音程比に当たる位置を把握する（その比率が部分同士の比率になる場合を見る。筆者はこれを副次的なものとする。）。
- ⑥楽曲全体を第 1 部分、第 2 部分に分けることができる場合は、それぞれの部分を 1 つの楽曲全体と捉えて③④⑤の手順を繰り返す。
- ⑦その結果、その変奏の位置と、楽曲全体においてその模倣の音程比に当たる位置が一致する場合は、数的な RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」があると見なす。
- ⑧その結果、その変奏の位置と、楽曲全体においてその模倣の音程比に当たる位置が一致しない場合でも、RIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」との関連において何らかの数的な関係を模索する。

この RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」は、数の尺度から見れば比率尺度によるものであり、数的な比率の関係から同型性を見出すものである（第 4 章の pp.83-85 参照.）。楽曲全体から見てグローバルな数的な関係であると言えよう。

5-3-1. op.9

op.9 における DIRS の図式を再び確認する。

すでに述べたように、第 8 変奏は完全 8 度下の音程のカノンであり、DIRS から見てそれに対応する変奏、すなわち 3 つ先の変奏である第 10 変奏は、3 度下の音程のカノンである。そして、DIRS から見て第 10 変奏に対応する変奏、すなわち 6 つ先の変奏である第 15 変奏は、6 度下の音程のカノンである。そして、DIRS から見て第 15 変奏に対応する変奏、すなわち 2 つ先の変奏である第 14 変奏は、短 2 度上の音程のカノンである。

このことを理解した上で、楽曲全体におけるそれぞれのカノンの位置と、楽曲全体におけるそのカノンの音程比の位置との間に関連があるのか検討に入る。

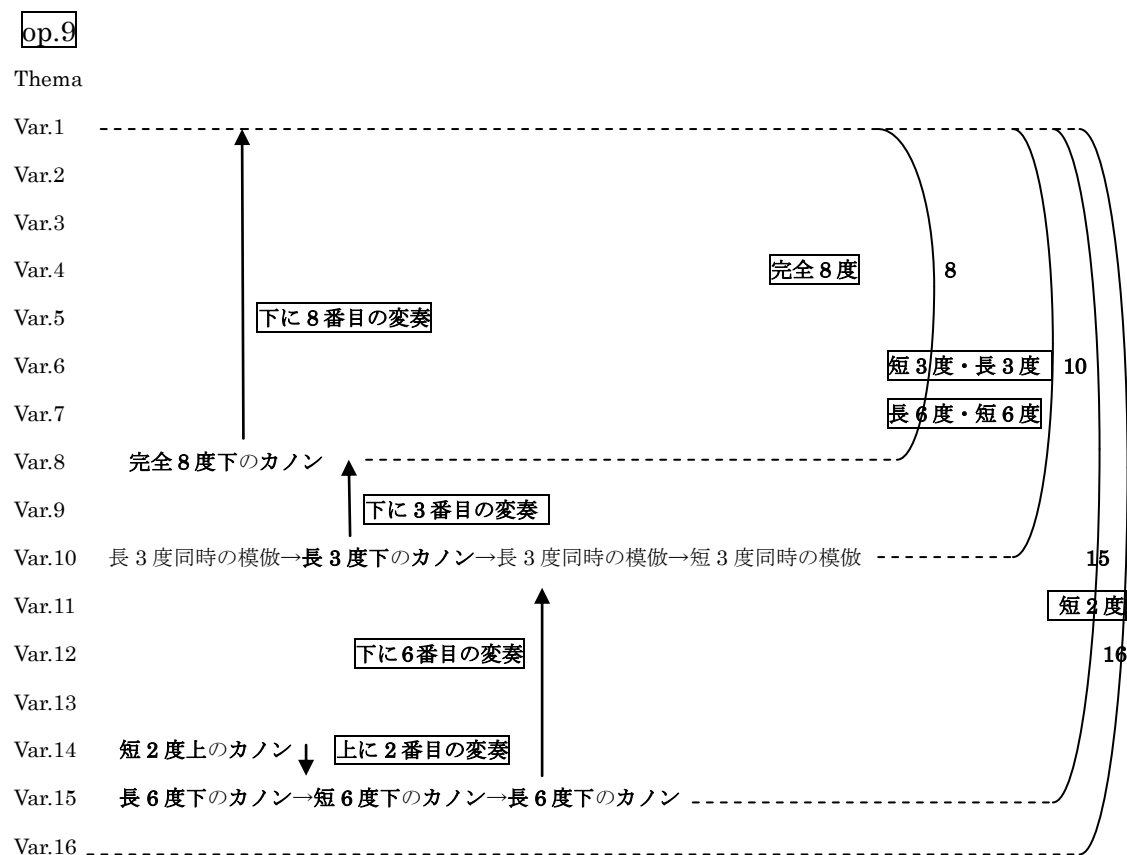
op.9 について RIRS を検討する（図 5-16）。

第 8 変奏の完全 8 度下の音程のカノンについて、筆者は次のことに注目した。完全 8 度の音程比は「1:2」であるが、第 8 変奏の位置そのものが、楽曲全体の変奏曲数全 16 曲のうち「8:16」すなわち「1:2」の位置にある。完全 8 度のカノンの音程比「1:2」と、楽曲全体におけるそのカノンの位置の比率「1:2」が一致している。比率という点から見て、全体の「16」の 1 オクターヴ下である「8」に位置する 1 オクターヴ下のカノンであると解釈できる。この第 8 変奏のカノンにおいて、明確な RIRS を見出すことができる。

次に、DIRS から見て第 8 変奏に対応する変奏であり、第 8 変奏から見て 3 番目に位置する変奏である第 10 変奏の長 3 度下の音程のカノン、及び DIRS から見て第 10 変奏に対応する変奏であり、第 10 変奏から見て 6 番目に位置する第 15 変奏の長 6 度下、短 6 度下の

音程のカノンについて検討する。

図 5-16 : op.9 の中の模倣を使用する変奏における DIRS と RIRS の図式



楽曲全体である全16変奏から見て、第10変奏の長3度のカノンは短6度の音程比「5:8」の位置にあり、第15変奏の長6度、短6度のカノンは短2度の音程比「15:16」の位置にある（第10変奏：第16変奏 = 「5:8」、第15変奏：第16変奏 = 「15:16」）。その限りにおいてそれぞれの音程は一致しておらず、RIRSは見られない。

しかしながら、これらの位置関係の音程比は、第15変奏の短6度（第10変奏の位置関係の音程比）のカノンの音程と、第14変奏の短2度（第15変奏の位置関係の音程比）のカノンの音程と、ずれを伴い一致することは注目される。すなわち、第15変奏のカノンの音程を第10変奏の位置関係が表し（短6度）、第14変奏のカノンの音程を第15変奏の位置関係が表す（短2度）という具合である。そして、DIRSの図式によれば、第10変奏と第15変奏は「6つ先」であり、第14変奏と第15変奏は「2つ先」とあるという結びつきがある。従って、DIRSの図式をも考慮した、DIRSとRIRSを併用した複雑な配置が成されている可能性がある。明確なRIRSの基準からは離れるが、以下に数的な関係を模索する。

まず筆者は次のことを考える。楽曲全体である全16変奏から見て、楽曲の中心「1:2」

すなわち 1 オクターヴ下の位置にある第 8 変奏の図式を考えるならば、次のことに言及できる。すなわち、第 8 変奏の「3 つ先にある」第 10 変奏、すなわち長 3 度の音程のカノンは、その長 3 度の音程比「4 : 5」を換算した位置にあるということである（第 8 変奏 : 第 10 変奏 = 「4 : 5」）。

そして同時に、その第 10 変奏は、楽曲全体である全 16 変奏から見て、短 6 度の音程比「5 : 8」を換算した位置にある（第 10 変奏 : 第 16 変奏 = 「5 : 8」）。この短 6 度の音程は、第 10 変奏の「6 つ先にある」第 15 変奏のカノンの音程である。

つまり第 10 変奏という位置関係そのものは、第 10 変奏の持つ長 3 度の音程と、第 15 変奏の持つ短 6 度の音程の、転回音程を表している（長 3 度と短 6 度の転回音程の連比は「4 : 5 : 8」、すなわち「8 : 10 : 16」「第 8 変奏 : 第 10 変奏 : 第 16 変奏」）。全体の中の第 10 変奏の位置関係そのものが、楽曲の中心すなわち 1 オクターヴ下の第 8 変奏から見て長 3 度上を表しており、そして同時に楽曲全体の全 16 変奏から見て短 6 度下を表していることが明らかである。RIRS における転回音程の図式を見ることができる。

そして同時に、第 8 変奏の「3 つ先」は第 10 変奏であり、そこから「6 つ先」は第 15 変奏であるというカノンの音程差による一連の転回音程の図式を確認することができる。この DIRS における転回音程の図式は、すでに説明した通りである（本章の pp.115-116 参照.）。

このように、DIRS と RIRS の両方において、第 10 変奏を中心にした転回音程の図式を見ることができる。このことは、この 2 つのシンメトリーが併用されていることを示しているのだろう。

ここまでの考察をまとめる。

楽曲全体の 16 変奏における第 8 変奏、第 10 変奏の位置関係は、長 3 度と短 6 度の転回音程「8 : 10 : 16」によって表すことができる。楽曲全体である第 16 変奏の 1 オクターヴ下（完全 8 度下）に位置する第 8 変奏においては、その位置関係と、そこに配置されている完全 8 度下のカノンの音程比が「1 : 2」の比率によって一致している。これは、明確な RIRS である。

そして、楽曲全体である第 16 変奏とその 1 オクターヴ下に位置する第 8 変奏との間に位置する第 10 変奏は、その位置関係を長 3 度と短 6 度の転回音程「8 : 10 : 16」によって表すことができる。カノンの配置を知る上で、楽曲全体におけるこの第 10 変奏の位置関係が重要なポイントになっていることを指摘できる。

すなわち、第 8 変奏から見て 3 番目の変奏が第 10 変奏であると同時に、楽曲全体 16 変奏から見て 1 オクターヴ下に位置する第 8 変奏から長 3 度（「4 : 5」）上がると第 10 変奏である（「第 8 変奏 : 第 10 変奏」 = 「4 : 5」）。そして、この第 10 変奏は長 3 度の音程のカノンである。

確かに、RIRS の分析手順によれば、第 10 変奏の長 3 度の音程のカノンは、楽曲全体から見て長 3 度「4 : 5」の比率の位置にあるわけではない。しかし、楽曲の中心に位置する第 8 変奏の完全 8 度の音程のカノンを 1 オクターヴ下の同音として見れば、こうした数的

な関係が浮かび上がってくる。

そして、第 15 変奏の 6 度のカノンから見て 6 番目の変奏が第 10 変奏であると同時に、楽曲全体 16 変奏から見て短 6 度（「5:8」）下がると第 10 変奏である（「第 10 変奏：第 16 変奏」＝「5:8」）。そして、この第 15 変奏は短 6 度の音程のカノンを含む（第 15 変奏のカノンの持つもう 1 つの模倣の音程、長 6 度の音程を検討しても、小数点以下の数字が出るが、同様の結果となる²³）。

第 10 変奏と同様に第 15 変奏においても、RIRS を示すことができるわけではない。この第 15 変奏について、楽曲全体における第 15 変奏のカノンの位置関係自体と、楽曲全体におけるその模倣の音程比の位置が一致しているわけではないことに留意されたい。そうではなく、第 15 変奏の長 6 度、短 6 度の音程のカノンは、DIRS の図式においてこれに対応している、「6 つ先の」変奏である第 10 変奏の楽曲全体における位置関係を使用することによって、楽曲全体における長 6 度、短 6 度の音程比の位置を提示している、と言えよう。

このように、DIRS と RIRS を組み合わせたやや複雑な数的な関係が見られる。それぞれの位置関係の比率は、それぞれのカノンの音程比と、DIRS によって位置関係をずらしながら数的に一致していることを読み取れる。DIRS と RIRS を組み合わせることによって、模倣を使用する変奏の位置関係そのものがカノンのドックスとコメスのように模倣されてきているかのように見える。そして、そのドックスとコメスの図式のいずれかにおいて、そのカノンの音程比を表していると言及できる。このような DIRS と RIRS を組み合わせることによって新しい側面を見せる構図は、ブラームスの他の変奏曲作品においても顕著に確認することができる。

そして、op.9 の楽曲全体における第 10 変奏の位置関係は、楽曲全体の 1 オクターヴ下の第 8 変奏との関連において、同時に 3 度の音程をも表している。楽曲全体における第 10 変奏の位置関係そのものによって、6 度と 3 度という転回音程のカノンの音程比が表されるとも言える。DIRS の観点から見ても、第 10 変奏は 6 度と 3 度の転回音程を示すように配置されている（本章の pp.115-116 参照。）ため、DIRS と RIRS が併用されているとも考えられる。

このように、第 10 変奏、第 15 変奏のカノンについても、第 8 変奏における明確な RIRS の図式との関連において、そして DIRS と RIRS の併用において、何らかの数的な関係を指摘することができる。

続いて、数的な点から見て第 15 変奏に対応する変奏であり、第 15 変奏から 2 番目の変奏である、第 14 変奏の短 2 度上の音程のカノンについて検討する。

第 14 変奏は短 2 度上の音程を持つカノンだが、その音程比は「15:16」である²⁴。全 16 変奏における短 2 度の音程比「15:16」の位置は、第 15 変奏の位置であることは明らかである。そして、その第 15 変奏は、短 2 度の音程のカノンを持つ第 14 変奏の「2 つ先」の変奏であり、第 14 変奏のカノンの 2 度音程と数的に対応している変奏である。ここにおいても、前述の第 15 変奏の 6 度音程のカノンと同様の現象が起きている。

第14変奏においても、RIRSを示すことができるわけではない。この第14変奏について、楽曲全体における第14変奏のカノンの位置関係自体と、楽曲全体におけるその模倣の音程比の位置が一致しているわけではないことに留意されたい。そうではなく、第14変奏の短2度の音程のカノンは、DIRSの図式においてこれに対応している、2番目先の変奏である第15変奏の楽曲全体における位置関係を使用するによって、全体における短2度の音程比の位置を提示している、と言えよう。DIRSとRIRSを組み合わせたやや複雑な数的な関係が見られる。ここにおいても、DIRSとRIRSを組み合わせることによって、模倣を使用する変奏の位置関係そのものがカノンのドックスとコメスのように模倣されてずれているかのように見える。

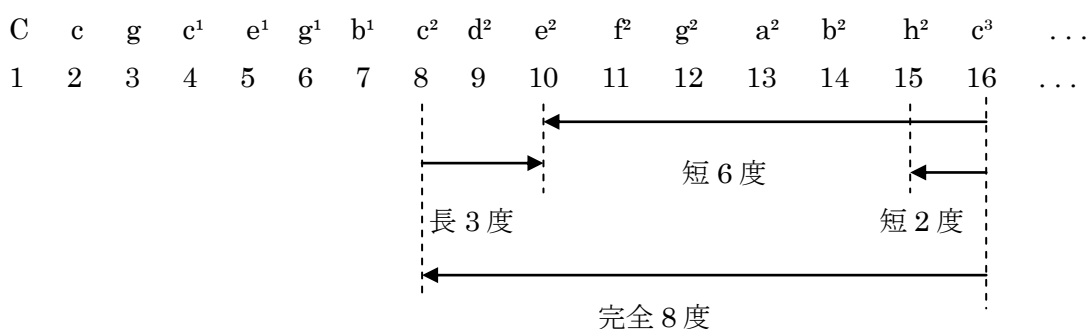
このように、第14変奏のカノンについても、DIRSとRIRSの併用において、何らかの数的な関係を指摘することができる。

以上のように、op.9の中のカノンにおいてRIRSの考察が成された。

このop.9のカノンの音程比による関係性の図（図5-16）を、コッホの音楽事典の中の音列と音程比の図（第2章のp.17: 図2-1-2）と比較すると、その類似性を見てとることができる（図5-17）。

図5-17より、op.9においてカノンが配置されている第8変奏、第10変奏、第15変奏の位置には、関連するカノンの音程比（完全8度、長3度、短6度、短2度）が見られることが明らかである（図5-16と比較されたい。）。

図5-17：音列と音程比（Koch 1964: 1661-1662.）、矢印の図式は筆者による。



すなわち、第8変奏は全体から見て1オクターヴ（完全8度）下、そして第10変奏はその位置から長3度上、あるいは全体から見て短6度下、さらに第15変奏は全体から見て短2度下である。

op.9において、第8変奏（全体から完全8度下の比率の位置）は完全8度下の音程のカノン、第10変奏（楽曲全体の1オクターヴ下の第8変奏から見て長3度上の比率の位置）は長3度下の音程のカノンである。さらに、第15変奏は第10変奏（楽曲全体から短6度下の比率の位置）の6つ先の変奏であると同時に短6度下の音程のカノンを含むものであ

り、第 14 変奏は第 15 変奏（楽曲全体から短 2 度下の比率の位置）の 2 つ先の変奏であると同時に短 2 度上の音程のカノンである。

このように、op.9 において RIRS を検討し、カノンの音程比と全体におけるカノンの位置との数的な関係を見出すことができた。特に、第 8 変奏の完全 8 度下のカノンは、DIRS と同様に RIRS を明確に指摘することができる。この第 8 変奏のカノンから他の 3 つのカノンの検討を行うことができるため、この第 8 変奏のカノンは DIRS と RIRS の図式的中心的な役割を果たすものと言える。

ただし前述したように、op.9 において、全てのカノンの音程比と、楽曲全体におけるそのカノンの位置関係が、必ずしも一致しているわけではない。つまり、DIRS の変奏番号の図式によって、そのカノンと対応して組み合わされている他のカノンの位置関係まで踏み込んで考察している。DIRS の変奏番号による関係性を考慮した上で、RIRS を考察している。カノンの音程比とその位置の比率が完全に一致しているわけではないため、op.9 の中の全てのカノンにおいて RIRS が見られるとは言えない。

しかし、これらの 2 つのシンメトリーを併用し、それらを関連付けた数的な関係はあると言及することができる。なぜなら、これまでの検討から、DIRS と RIRS の図式を併用していることが見てとれ、これらを関連づけて組み合わせた数的な関係の図式を提示することができるからである。

筆者は op.9 について以上のことを指摘した。ブラームスの op.9 以降の変奏曲作品においても、同様の考察を進める。

続いて、op.21-1 の検討に入る。

5-3-2. op.21-1

op.21-1 における DIRS の図式を再び確認する。

すでに述べたように、第 5 変奏は完全 5 度下の音程のカノンであり、数的な点から見てそれに対応する変奏、すなわち 8 つ先の変奏である「第 12 変奏」は、完全 8 度下の音程の模倣による変奏である。先に、このような図式を提示することができた。

op.21-1 について RIRS を検討する（図 5-18）。

op.21-1 の第 5 変奏のカノンは、基数と順序数の数え方（第 4 章の pp.85-86 参照。）に従えば、4.0 から 5.0 の数値の位置に配置されていると捉えられる。従って、第 5 変奏の完全 5 度下の音程のカノンを、第 4 変奏と第 5 変奏の境目である 4.0 に位置に配置されていると捉えることも可能である。

op.21-1 の楽曲全体の変奏曲数は「12」であるため、その 1/3 の位置（「4/12」 = 「1/3」）には完全 5 度の音程のカノンがあるということになる。同時にその位置は、第 5 変奏のカノンと数的に対応している「第 12 変奏」の完全 8 度の音程の模倣による変奏から 8 つ先数えた位置である。

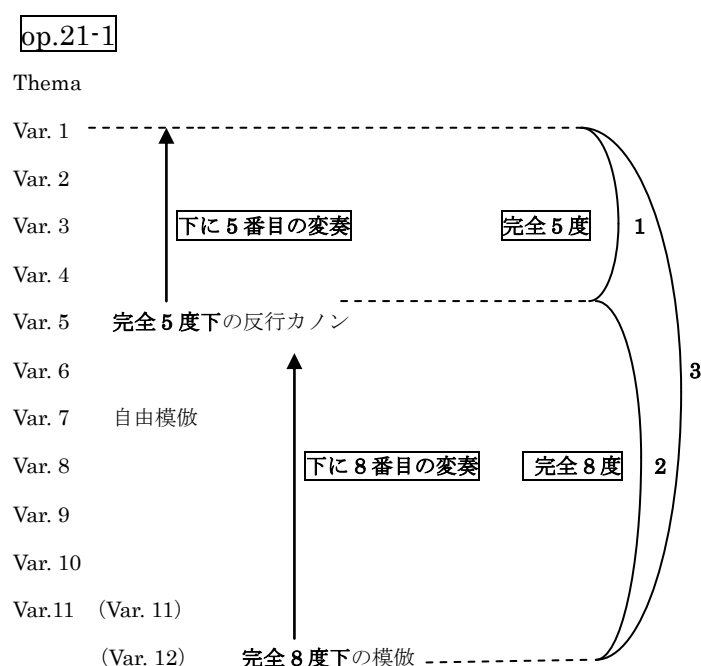
楽曲全体の 1/3 の位置は、前半部分と全体の比率「1 : 3」とその部分同士の比率「1 : 2」

と捉えることができる。「1:3」が完全5度、「1:2」が完全8度を表し、これら2つの音程がそれぞれ関係する変奏の模倣の音程に等しいことは明白である。すなわち、第5変奏の完全5度下の音程のカノン、「第12変奏」の完全8度下の音程の模倣を見てとることができる(図5-18)。

第5変奏については、明らかな RIRS の図式である。「第12変奏」については、op.9 にて指摘したような、DIRS と RIRS の併用による数的な関係が見られる。

以上のように、op.21-1 において RIRS など指摘することができた。

図 5-18 : op.21-1 中の模倣を使用する変奏における DIRS と RIRS の図式



5-3-3. op.21-2

op.21-2 における DIRS の図式を再び確認する。

すでに述べたように、「第16変奏」は短3度下、長3度下の音程のカノンであり、その変奏は終曲 *Allegro* の出発点「第14変奏」から3つ先の部分である。先に、このような図式を提示することができた。

op.21-2 について RIRS を検討する(図5-19)。

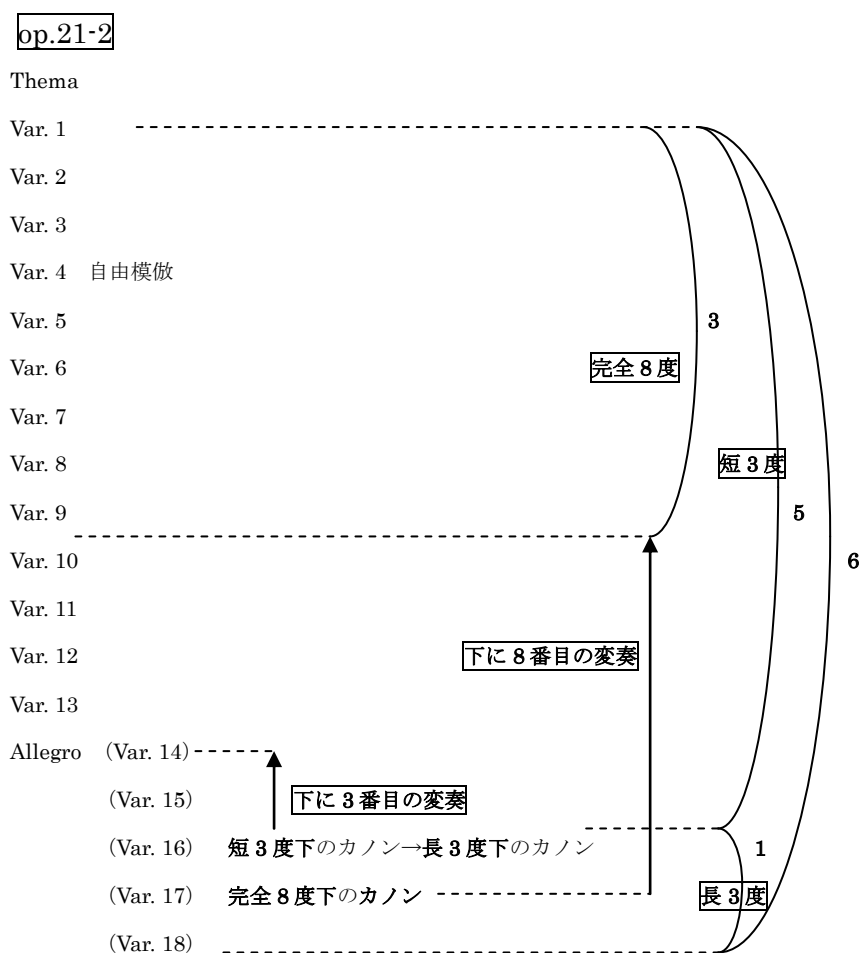
op.21-2 の「第16変奏」のカノンは、基数と順序数の数え方に従えば、15.0 から 16.0 の数値の位置に配置されていると捉えられる。従って、「第16変奏」の短3度下、長3度下の音程のカノンを、「第15変奏」と「第16変奏」の境目である 15.0 に位置に配置されていると捉えることも可能である。

op.21-2 の楽曲全体の変奏曲数は「18」であるため、その 5/6 の位置(「15/18」 = 「5/6」)

には短3度下、長3度下の音程のカノンがあるということになる。

楽曲全体の5/6の位置は、前半部分と全体の比率「5:6」とその部分同士の比率「1:5」と捉えることができる。「5:6」が短3度、「1:5」が長3度を表し²⁵、これらの2つの音程が「第16変奏」のカノンの音程に等しいことは明白である。(図5-19)。これは、明らかなRIRSの図式である。

図5-19：op.21-2の中での模倣を使用する変奏におけるDIRSとRIRSの図式



続いて、DIRSには当てはまらなかった「第17変奏」の完全8度下のカノンを検討する。DIRSによって「第17変奏」から下(降順)に8番目を数えると、第10変奏に行き着く。その第10変奏の始まり「9.0」は全18変奏の後半の始まりであることは明らかである。すなわち、これは全体の中心であり完全8度を表す「1:2」の位置である。DIRSとRIRSを組み合わせた数的な関係がここにおいても見られる。

以上のように、op.21-2においてRIRSなどを指摘することができた(なお、Sismanは、op.21-1とop.21-2はペアの構想を持っていると指摘している(Sisman 1990: 144.))。この

2 作品がペアの構想を持っていることは、数的な構造の類似性からも説明することができる。(本論文の巻末の Appendix②を参照されたい.)。

5-3-4. op.23 と op.24

op.23 と op.24 における RIRS の考察に入る前に、まずこの考察と深く関わることにについて検討しようと思う。

op.23 と op.24 はペアの構想を持っていることが指摘されているが、筆者はこの 2 作品は数的な構造の類似性を持っていると見る。そして、op.23 と op.24 における RIRS の考察に、この数的な構造の類似性が深く関わっていると考える。従って、op.23 と op.24 における RIRS の考察に入る前に、その前提として予備的考察を行う。

まず、この op.23 と op.24 の数的な構造の類似性について見る。

5-3-4-1. op.23 と op.24 の数的な構造の類似性

Sisman は、ブラームスの op.21-1 と op.21-2 はペアの構想を持っていると指摘している (Sisman 1990: 144.) が、ブラームスの変奏曲作品のペアの構想は op.21 の中の 2 作品だけではないとする。以下に引用する。

彼 [ブラームス] の最後の大規模なペアの構想は、1861 年の《4 手のためのシューマン変奏曲》 op.23 と《ヘンデル変奏曲》 op.24 である。(中略) それらの 2 声の模倣による短調の変奏 [op.23 の第 4 変奏のカノンと op.24 の第 6 変奏のカノン] を区別するのと同様に、それぞれの変奏曲の結び・終曲の中に、より厳格な、そしてより自由なパラダイム [定型] を見てとることができる (《シューマン変奏曲》 op.23 は葬送行進曲で終わり、《ヘンデル変奏曲》 op.24 はフーガで終わっている)。《シューマン変奏曲》 op.23 の第 4 変奏は、より自由な模倣で神秘的に思い出される一方で、《ヘンデル変奏曲》 op.24 の第 6 変奏は完全にカノンの主題の旋律に類似している (後略) (Sisman 2001: 312. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)。

op.24 の第 6 変奏のカノンと op.23 の第 4 変奏のカノンは外面的には完全に似ており、2 つとも、両手のオクターヴの 2 声の模倣による短調の変奏である (Sisman 1990: 141-142.)。そして、それらの変奏はそれぞれのサイクルの中で相対的に早めに現れてくる (Sisman 1990: 141-142.) が、上記のようにそれぞれより厳格な、そしてより自由な方法でペアの構想を持って提示されている、と捉えられる。

そして、op.24 の終曲はフーガであり、op.23 の終曲 (第 10 変奏) は葬送行進曲であるということは、この 2 つのペアの構想を、それぞれより厳格な、そしてより自由な方法で象徴している、と捉えられる。

そして、これらの終曲にとって重要なことが指摘されている。

op.24 の終曲のフーガの前にある、序曲のような変奏（第 25 変奏）と、《ゴルトベルク変奏曲》のチクルスの第 2 部分が始まるころの、第 16 変奏のフランス風序曲との対応関係が指摘されている（Schuhmacher 1985: 74.）。

そして、op.23 の終曲の葬送行進曲（第 10 変奏）の前の変奏（第 9 変奏）はバッハの《ゴルトベルク変奏曲》の第 16 変奏を思い起こすようなバロックのフランス風序曲の様式のこだまを聴きとることができる（Littlewood 2004: 90.）。

これらのことから、筆者は次のことに言及する。op.23 と op.24 のペアの作品は、それぞれの最初のカノンと終曲において、そのペアの構想が特徴的に現れている。そして、op.23 と op.24 のそれぞれの終曲（op.23 の第 10 変奏の葬送行進曲; op.24 のフーガ）は、その直前に序曲のような変奏（op.23 の第 9 変奏、op.24 の第 25 変奏）を持っており、それらは終曲を始める序曲のような役割をしていると考えられる。それらは《ゴルトベルク変奏曲》の 2 部分によるチクルスの、第 2 部分が始まるフランス風序曲（第 16 変奏）と同様の序曲の役割を担っていることが示唆される。

このように、op.23 と op.24 は共に、《ゴルトベルク変奏曲》のように、序曲までの第 1 部分と序曲からの第 2 部分という 2 部分のチクルスを持っていることが示唆される。

そして、このペアの作品である op.23 と op.24 は、第 1 部分と解釈できる最初から途中の序曲までの曲数（ユニット数）と、第 2 部分と解釈できる途中の序曲から終曲までの曲数（ユニット数）との間の比率が等しい。すなわち、それぞれの比率は op.23 において $8:2=4:1$ 、op.24 においても $24:6=4:1$ である（図 5-20; 図 5-21）。

図 5-20 : op.23 の第 1 部分と第 2 部分との比率

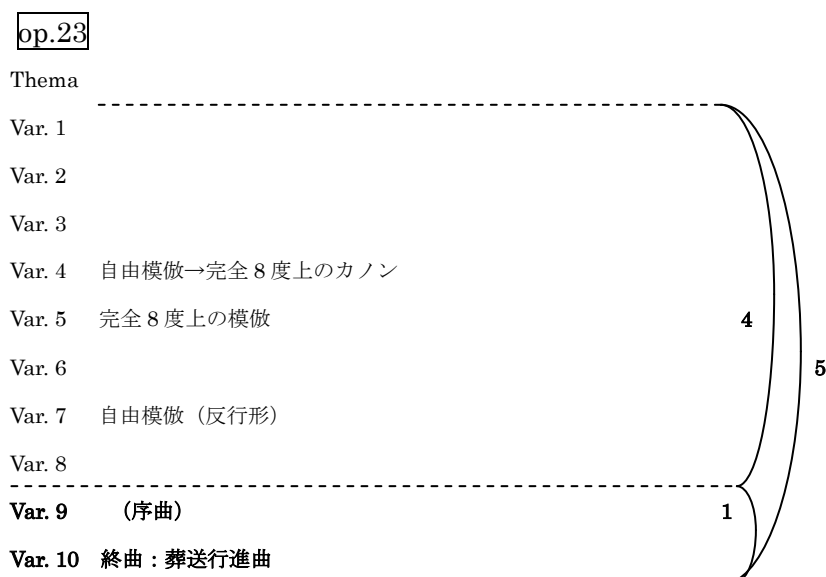
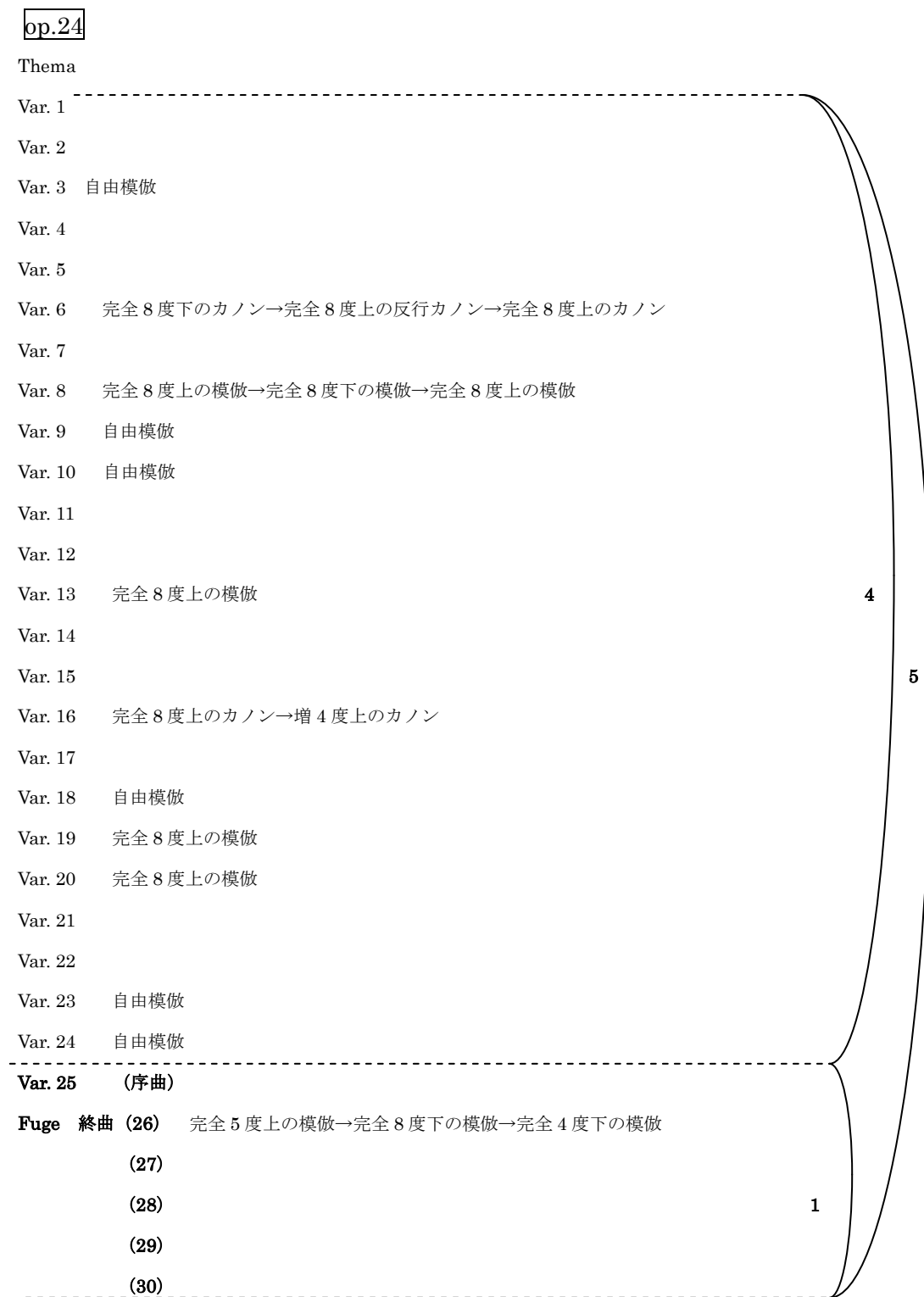


図 5-21 : op.24 の第 1 部分と第 2 部分との比率



同様に、op.23 と op.24 において、第 1 部分と楽曲全体との比率は「4:5」であると言え

る。

この第 1 部分と第 2 部分の比率の組み合わせが、これらの作品の RIRS の検討に密接な関係をもたらしていると思われる。なぜなら、これは楽曲全体を第 1 部分と第 2 部分に区分できることを示唆しており、それは楽曲における RIRS を考察する手順の中で重要なポイントであるからである。

そして、これらの作品において、同じ比率によって楽曲全体を第 1 部分と第 2 部分に区分できることから、これらの作品の RIRS の構成がお互いに類似しているということを類推することができる。

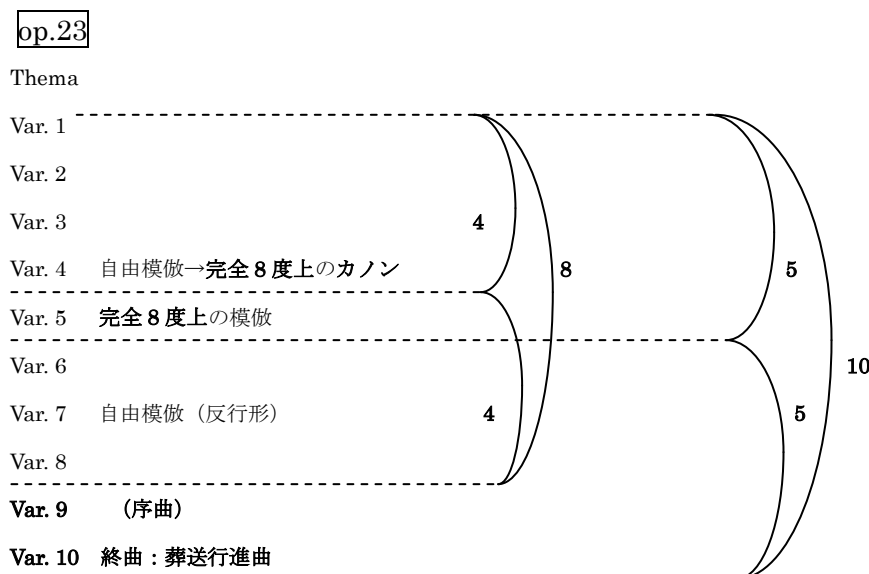
以上のような予備的考察に続いて、op.23 と op.24 における RIRS すなわち音程比の検討に入る。

5-3-4-2. op.23

op.23 においては、4 作品において見られたような DIRS、つまり変奏番号を数えることによる図式は見られなかった（本章の pp.125-126 参照.）。しかし、op.23 における第 1 部分と第 2 部分と言う二重の構造があるという観点と、比率の観点から、次のことを指摘できる。

op.23 の第 4 変奏のカノンは、第 1 部分すなわち全 8 変奏の中心、すなわち $4/8 = 1/2$ の位置に、第 5 変奏の音域の変更による変奏は、楽曲全体すなわち全 10 変奏の中心、すなわち $5/10 = 1/2$ の位置にある。楽曲の中の模倣を使用する変奏を、第 1 部分と全体のそれぞれを中心に配置する方法が取られている（図 5-22）²⁶。

図 5-22 : op.23 の中の模倣を使用する変奏における RIRS の図式



そして、第 4 変奏、第 5 変奏は共に、完全 8 度の音程（音程比「1:2」）の模倣を使用する変奏である。これらのことから、変奏の位置関係とその変奏の模倣の音程の比率との間に数的な共通点があるということは明らかである。

op.23 の第 1 部分と楽曲全体において、第 4 変奏と第 5 変奏による明らかな RIRS を認めることができる。

5-3-4-3. op.24

続いて、op.23 と同様に序曲によって分割される楽曲の第 1 部分を持ち、その際に同様の比率を用いている op.24 について検討する。op.24 においても同様の比率関係を指摘できる（図 5-23）。

図 5-23 に示したように、op.24 は op.23 と同様に、カノン風の変奏などの配置という点で、楽曲の第 1 部分と楽曲全体の両方から見て中心に置くという方法が取られている。op.24 においては、それぞれの中心である 1/2 と、その中心をさらに 2 分割する 1/4 の場所にカノン風の変奏などが位置していることが読み取れる。すなわち、第 1 部分と全体それぞれの中心である 1/2 の位置に加えて、第 1 部分と全体それぞれの 1/4 の位置もまた注目される。

楽曲の第 1 部分（第 1 変奏から第 24 変奏まで）においては、その 1/2 と 1/4 の場所は、1/4 の位置にある第 6 変奏²⁷、1/2 の位置にある第 13 変奏（その値は 12.0 であるが、基数と順序数の数え方に照らして、第 13 変奏の始めであることは明らかである。）、後ろから 1/4 の位置にある第 19 変奏（同様に、18.0 の値は第 19 変奏の始めである。）に当たる。

前述したような、op.24 の楽曲全体を覆うような「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の完全 8 度の音程の模倣による「8 つ先」の DIRS の図式は、この RIRS の、楽曲全体の 1/2 と 1/4 の位置の図式と、若干のずれを持ちつつ、重ねることができるように思われる。これは、DIRS と RIRS の両方を併用していることを表しているのかもしれない。そうすることによって、DIRS における若干のずれを許容している可能性がある。

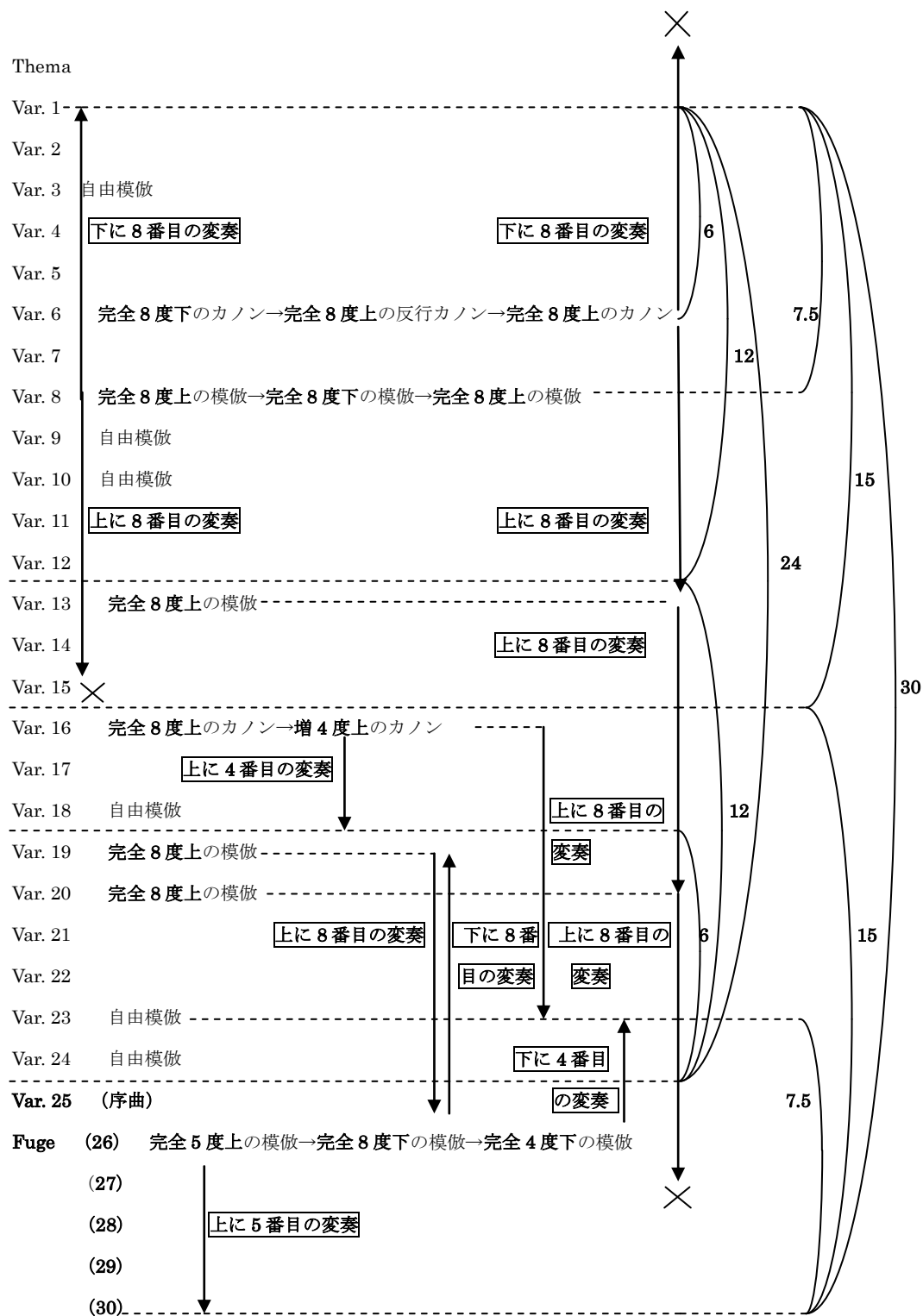
続いて、楽曲全体における 1/2 と 1/4 の場所を考察する。1/4 の位置にある第 8 変奏（その値は 7.5 であるが、基数と順序数の数え方に照らして、第 8 変奏であることは明らかである。）、1/2 の位置にある第 16 変奏（同様に、15.0 の値は第 16 変奏の始めである。）、後ろから 1/4 の位置にある第 23 変奏の自由模倣（同様に、22.5 の値は第 23 変奏である。）が割り出される。

これは、前述したような、完全 8 度の音程の模倣による「8 つ先」の DIRS の、もう 1 つの図式を示しているのだろう。すなわち、第 8 変奏から第 15 変奏、第 16 変奏からフーガへの図式である（第 15 変奏と第 16 変奏が交換された変奏であることはすでに指摘した。）。次に、この第 1 部分と楽曲全体から見た 1/4 と 1/2 の比率の構図をまとめる。

これら第 1 部分と楽曲全体の 2 つの構図それぞれの 1/4 の位置にある第 6 変奏と第 8 変奏、それぞれの 1/2 の位置にある第 13 変奏と第 16 変奏が、それぞれカノン風の変奏などであり、完全 8 度の模倣の音程を持っているということは注目される。完全 8 度の音程比

図 5-23 : op.24 中の模倣を使用する変奏における DIRS と RIRS の図式

op.24



は、1 オクターヴは「1:2」、2 オクターヴは「1:4」であり、それらの音程を持つ模倣の変奏の位置が楽曲の第1部分あるいは楽曲全体の1/2、1/4の場所であることは非常に重要な意味を持っている。なぜなら、数的な比率においてそれらは一致しているからである。これは明らかな RIRS であると言える。

続いて、明確な RIRS の基準からは離れるが、以下に数的な関係を模索する。

楽曲全体の、後ろから見て1/4の位置にある「22.5」の位置、すなわち第23変奏は、同時に、楽曲の楽曲全体の、前から見て3/4の位置にあるとも言える。そして、3/4すなわち「3:4」は完全4度の音程であり、同時に、第23変奏は完全4度下の音程を持つフーガの冒頭「第26部分」から見て、4つ目の変奏であることは注目される。この第23変奏は自由模倣の変奏ではあるが、DIRS において「フーガの完全4度下の音程の模倣から4つ目の変奏」であり、同時に RIRS において「楽曲全体から見て3/4、すなわち完全4度下の位置」であるとも指摘できる。この第23変奏は、DIRS と RIRS の両方の図式において、完全4度の音程に関連した位置関係にあると言える。こうした DIRS と RIRS の併用という現象が、op.9 や op.21-1、op.21-2 にて指摘したものと同様であることは注目される（本章の pp.133-141 参照.）。

このフーガの冒頭「第26部分」から見て、4つ目の変奏であり、楽曲全体から見て完全4度下の音程を表している第23変奏「22.5」については、次のことも指摘できる。楽曲全体の中心「15.0」から見て、この第23変奏「22.5」が完全5度上の比率であること（ $15.0/22.5 = 2/3$ ）は当然のことである。なぜなら、完全4度下は1オクターヴ下から見れば完全5度上であるからである。このことは、op.24 のフーガにおける完全4度下、完全5度上の音程の図式を音程比の観点から表しているのかもしれない。

楽曲全体の1/4と1/2の構図からさらに指摘できることは、前述した Bernstein の研究において言及された、第15変奏と第16変奏の交換である（本章の pp.123-124 を参照.）。比率の観点から見て、第15変奏と第16変奏の境目は、楽曲全体の中心であるということが分かる。仮に第15変奏と第16変奏が交換されたとして、完全8度の音程のカノンがどちらに位置したとしても、それは楽曲全体の中心から離れるわけではない。算出された楽曲全体の中心の値「15.0」（ $30 \times 1/2$ ）は第15変奏の後ろ、第16変奏の始めを意味するものであるため、これらの変奏が交換されたとしても、どちらの変奏をも指し示していると言える。このことが第15変奏と第16変奏の交換を可能にしているとすれば、すでに指摘した変奏番号による構成における矛盾点と合わせて、非常に示唆に富んでいると言える²⁸。

音程比と関わることとして、次のことにも言及できるかもしれない。仮に、第15変奏と交換された、完全8度上と増4度上の音程を持つ第16変奏のカノンが、「15.0」ではなく「16.0」の数値を表すとすれば（基数と順序数の数え方に従えば、それは可能である.）、楽曲全体から見て完全4度下の音程を表す「22.5」つまり第23変奏と、「16.0」すなわち第16変奏との関係性は、 $16.0/22.5 = 32/45$ すなわち増4度の音程となる。

音程比の構図から考えた場合、楽曲全体から見て完全4度下の第23変奏と、楽曲全体の

中心の第 16 変奏から見て増 4 度上の第 23 変奏が一致していることは、フーガの完全 4 度下と完全 8 度下の音程と、第 16 変奏の増 4 度上と完全 8 度下の音程が対称性を持っていることと関連しているのかもしれない。すなわち、完全 8 度下と完全 8 度上の対称性と共に、完全 4 度下と増 4 度上の対称性を指摘できる。そして同時に、完全 8 度上の音程を持つ第 16 変奏から 8 つ先の変奏は第 23 変奏である（図 5-23 参照.）。

カノンの位置が第 15 変奏か第 16 変奏かということは、カノンの位置を「15.0」と捉えるか「16.0」と捉えるかということと関わるのかもしれない。カノンの位置を「15.0」と捉え、第 23 変奏の「22.5」との間に完全 5 度上、完全 4 度下のフーガの構図を形作るか、もしくはカノンの位置を「16.0」と捉え、第 23 変奏の「22.5」との間に増 4 度上、完全 4 度下の対称性の構図を形作るかのどちらかが選択され、その結果、どちらの構図も指し示すことができる「15.0」かつ「16.0」、すなわち第 16 変奏（第 15 変奏と第 16 変奏の境目は「15.0」、第 16 変奏と第 17 変奏の境目は「16.0」である.）を選びとられたのであれば、非常に興味深い。

これまでの考察から、作品の中で明確な RIRS を提示するのと同時に、DIRS と RIRS の両方を併用していることが見受けられる。そして、それらを等しく使用するのか、もしくはそのどちらかを優先させるか、考察されていた可能性もある。

op.24 について、このような考察を行うことができた。筆者は、以上のような op.24 の考察からさらに重要な観点を見出し、問題提起する。

それは、op.24 の主題の楽節構造と、模倣を使用する変奏の配置の図式、すなわち DIRS と RIRS の図式が関係しているのではないか、ということである。

op.24 の主題の楽節構造は、主題の全体を中心で分割し、そのまた中心で分割するという 4 分割の方法が取られている²⁹（譜例 5-21）。これは、op.24 の模倣を使用する変奏の配置において、その模倣の音程比に従って 1/4、1/2、3/4 の位置で 4 分割するという方法が取られているということと良く似ている（そして、この 1/4、1/2、3/4 の比率は、そのまま op.24 の中の模倣を使用する変奏の模倣の音程、完全 8 度「1:2」「1:4」と完全 4 度「3:4」を表しており、同時にそれらの変奏の配置と関係している.）。op.24 において、主題の楽節構造と RIRS などの図式が数的に類似しているのかもしれない³⁰。

以上のように op.9、op.21-1、op.21-2、op.23、op.24 において RIRS すなわち音程比の関係を検討した。それぞれの作品において、様々な数的な関係を指摘することができた。

次に、op.35 と op.56b の検討に移る。

譜例 5-21 : op.24 の主題の楽節構造



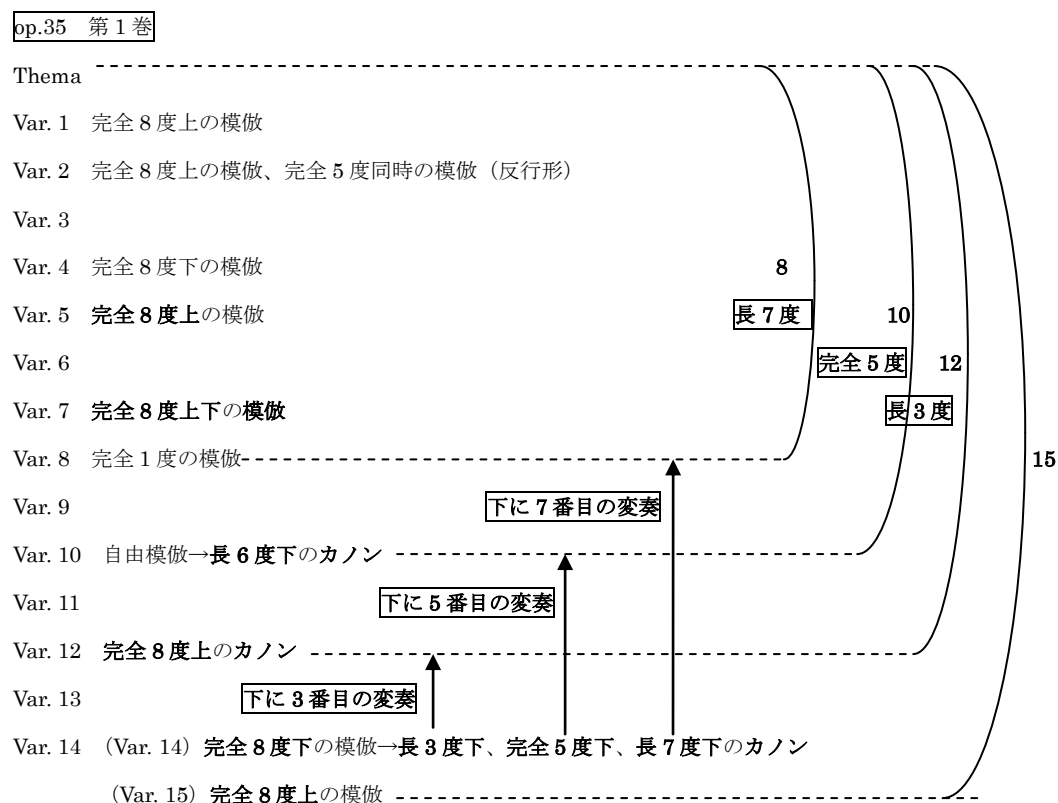
5-3-5. op.35

op.35 を検討する。

まず、第 1 巻の「第 14 変奏」のカノンの DIRS を確認する (図 5-24)。「第 14 変奏」の長 3 度下、完全 5 度下、長 7 度下の音程のカノンから下 (降順) に 3 番目、5 番目、7 番目は、それぞれ第 12 変奏のカノン、第 10 変奏のカノン、第 8 変奏の模倣の変奏である。この DIRS は、あたかも「第 14 変奏」のカノンにおける長 7 和音の模倣の音程を反映しているかのようであることはすでに述べた。

RIRS に関して言えば、「第 14 変奏」の位置が特に何かの比率を表すということはない。しかし、そこから DIRS に従って変奏番号を数えた先である第 12 変奏、第 10 変奏、第 8 変奏の位置の比率は、RIRS から見て非常に重要である。すなわち、第 1 巻全 15 変奏から見て、第 12 変奏、第 10 変奏、第 8 変奏の位置はそれぞれ長 3 度下 (「第 15 変奏 : 第 12 変奏」 = 「5 : 4」)、完全 5 度下 (「第 15 変奏 : 第 10 変奏」 = 「3 : 2」)、長 7 度下 (「第 15 変奏 : 第 8 変奏」 = 「15 : 8」) を明確に表す (図 5-24)。カノンの音程比である長 7 和音の比率とこれらの 3 つの変奏の位置が一致するばかりではない。すでに述べたように、DIRS によって、変奏番号を 3 個ずつ、3 つの変奏を数えることは長 7 和音を反映している。

図 5-24 : op.35 の第 1 巻の「第 14 変奏」のカノンにおける DIRS と RIRS の図式



このように、「第 14 変奏」、第 12 変奏、第 10 変奏、第 8 変奏は変奏番号を 3 個ずつ数えることによって長 7 和音を反映するばかりでなく、全 15 変奏から見て第 12 変奏、第 10 変奏、第 8 変奏の位置自体が長 7 和音の音程比を明確に反映している。DIRS の音程差と RIRS の音程比の組み合わせによる数的な関係を指摘することができる。

変奏番号を 3 個ずつ数える DIRS の観点と同様に、その音程比を表す RIRS の観点の 2 つの図式を同時に示していると言える。興味深いことに、これが可能な図式は数少ないと思われるため、全体の変奏曲数や模倣を使用する各変奏の配置が慎重に計算されていた可能性もある。

続いて、第 1 巻第 10 変奏のカノンからの図式を検討する (図 5-25)。DIRS の図式の最初に位置する第 1 巻第 10 変奏の長 6 度下の音程のカノン自体が、第 1 巻の全 15 変奏のうち 9/15 の位置にあることは注目される (第 10 変奏は 9.0 から 10.0 の数値に位置する.)。なぜなら、9/15 すなわち「9 : 15」=「3 : 5」は長 6 度の音程でもあるからである。これは明らかな RIRS であると言える。

そして、この第 1 巻第 10 変奏のカノンから始まる DIRS の一連の結びつきの図式の中で、模倣を使用する変奏のそれぞれの配置が、op.35 の第 1 巻、第 2 巻、第 1 巻と第 2 巻を合わせた楽曲全体のそれぞれから見て 1/3 の位置にあることもまた興味深い。

すなわち、第1巻第10変奏の長6度下の音程のカノンから6番目の変奏、第1巻第5変奏（完全8度上の音程の模倣）は、第1巻全15変奏のうち5/15すなわち1/3の位置にある。

そして、その第1巻第5変奏の完全8度上の音程の模倣から8番目の変奏、第1巻第12変奏（完全8度上の音程のカノン）は、楽曲全体の全33変奏（第1巻全15変奏と第2巻全18変奏の和）のうち11/33すなわち1/3の位置にある（第1巻第12変奏は11.0から12.0の数値に位置する。）。

そして、その第1巻第12変奏の完全8度上の音程のカノンから8番目の変奏は、第2巻第3変奏である。そして、その第2巻第3変奏の不完全な完全4度上の模倣から4番目の変奏は、最終的に第2巻第6変奏に行き着く（これは模倣を使用する変奏ではない。）。このDIRSの図式の最終的な到達点である第2巻第6変奏は、第2巻全18変奏のうち6/18すなわち1/3の位置にある。

この1/3という比率は、前半部分と全体の比率「1:3」とその部分同士の比率「1:2」と捉えることができる。「1:3」が完全5度、「1:2」が完全8度を表し、これら2つの音程がそれぞれ関係する変奏の模倣の音程に等しいことは明白である（第1巻第10変奏の長6度のカノンはこれに該当しないが、筆者の主張を如実に示す例として説明が可能である（本章のpp.153-154にて後述する。））。

すなわち、1/3という位置関係の比率が、この図式における完全8度の音程の模倣、あるいは完全8度、完全5度の模倣と関連しているとも捉えられる。

第1巻第5変奏と第1巻第12変奏のカノンについては、その部分同士の比率「1:2」から、明らかなRIRSであると言える。第2巻第3変奏についても、その第2巻における位置関係「3/18」は「1/6」であり、その模倣の音程の1つである完全5度 + オクターヴを表すため、RIRSと見なすことができる。

これまでの考察から、作品の中でDIRSとRIRSの併用による数的な関係が見出せるだろう。そして、それらを等しく使用するのか、もしくはそのどちらかを優先させるか、考察されていた可能性もある³¹。

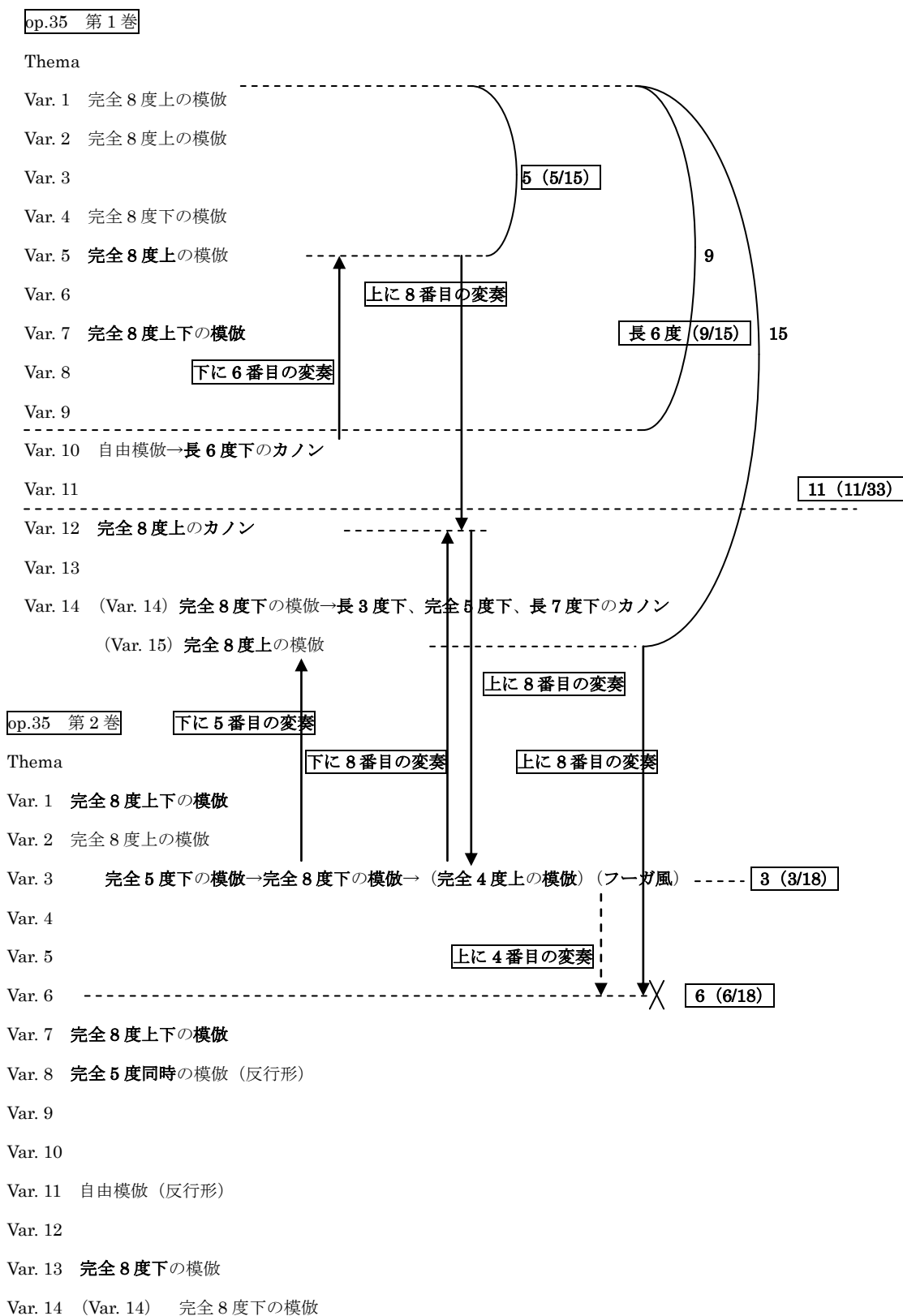
さらにこのことから、op.24において筆者が問題提起したことを調べることもできる。それは、主題の楽節構造と模倣を使用する変奏の配置の図式が関係しているかということである。

すなわち、op.35の主題の楽節構造と、模倣を使用する変奏の配置の図式、すなわちDIRSとRIRSの図式が関係しているのではないか、という疑問を提示することができる。

op.35の主題は「1:2」という区分から成り立っている（譜例5-22）。

この主題の楽節構造「1:2」は、すなわち全体を1/3で区分することである。op.35におけるDIRSとRIRSの図式の中で、1/3の比率が際立って使用されていることから、op.35の主題の楽節構造と、模倣を使用する変奏の模倣の音程、及びそれらの変奏の配置が比率の点から見て類似していると言及することができる。

図 5-25 : op.35 中の模倣を使用する変奏における DIRS と RIRS の図式



(Var. 15) 完全 8 度上下の模倣

(Var. 16) 完全 8 度上の模倣

(Var. 17)

(Var. 18)

つまり、この主題の 1/3 の比率は、そのまま op.35 の中の模倣を使用する変奏の模倣の音程、完全 8 度「1 : 2」と完全 5 度「1 : 3」を表しており、同時にそれらの変奏の配置と関係している可能性がある。

このことを如実に示す例として、筆者は以下のことを指摘する。

op.35 における DIRS と RIRS の図式の出発点である第 1 巻第 10 変奏の長 6 度下の音程のカノンについて、その配置自体が、第 1 巻の 9/15 の位置すなわち 3/5 の位置であり、長 6 度の音程を表していることはすでに述べた。

このように、第 1 巻第 10 変奏の長 6 度下の音程のカノンは、長 6 度の模倣の音程という重要な数的要素を持つ変奏であるのと同時に、op.35 の中で主題とは異なる楽節構造を持つ数少ない変奏である（終曲の中の自由な楽節構造を持つ変奏を除けば、op.35 の中で主題とは異なる楽節構造を持つ変奏は、この変奏以外に第 2 巻第 6 変奏を数えるのみである。）。主題の楽節構造と、模倣を使用する変奏の数的な図式とが関連しているかどうかにも注目するならば、主題とは異なる楽節構造と、模倣を使用する変奏の数的な図式とが関連しているかどうかにも注目することができる³²。

譜例 5-22 : op.35 の主題構成



では、この第 1 巻第 10 変奏の楽節構成を見る。

主題が「1 : 2」の構造であるのに対して、第 1 巻第 10 変奏は、主題の後半部分がリピー

ト記号によって 2 倍に拡大され、「1:2:2」の構造を持っている。

この第 1 巻第 10 変奏の「1:2:2」の楽節構造は、リピート記号によって拡大された分だけ、「2」の部分が付加されている。本来の主題の楽節構造と、この付加された部分「2」を加えた第 1 巻第 10 変奏の楽節構造とを比較し、その比率を見る。それは、「3:5」の比率になることが明らかである。なぜなら、主題の構造「1+2」に付加された部分「+2」を加え、その比率が「3:5」になることを示すことができるからである。

この第 1 巻第 10 変奏、長 6 度下の音程のカノンの拡大された楽節構造「3:5」は、すなわち長 6 度の音程 (3/5) でもあり、同時に、第 1 巻全 15 変奏のうちの第 1 巻第 10 変奏の配置 ($9/15 = 3/5$) そのものでもあることは興味深い。なぜなら、主題の楽節構造から拡大した楽節構造に従って、模倣の音程が設定され、さらに模倣を使用する変奏の DIRS と RIRS の図式が考えられている可能性もあるからである。

以上のことは、op.35 の主題及び変奏の楽節構造と、模倣を使用する変奏の模倣の音程と、模倣を使用する変奏の DIRS と RIRS の図式がお互いに関連していることを如実に示している可能性もある³³。op.35 の第 1 巻第 10 変奏についての考察は、その重要なサンプルとなるかもしれない。作曲者の意図が公的な作品に姿を現しており、作品から意図を逆算することが可能であるとも捉えられるかもしれない。

op.24 と同様、op.35 についても以上のような考察を行った。この 2 作品において、特に主題構成と類似した数的な関係が見られると言えるだろう。

5-3-6. op.56b

筆者は op.56b について、RIRS にも関連するある数的な関係を見出す。しかし、それを本章に組み込むと混乱が生じると考えたため、本論文の巻末の Appendix③にて記した。op.56b の楽節構造と楽曲の全体構造との間の自己相似性を持つフラクタル的な数的関係について、本論文の巻末の Appendix③を参照されたい。

5-3-7. まとめ

以上のように、ブラームスのピアノ変奏曲全 7 作品において RIRS を検討した。多くの作品において RIRS を指摘できただけでなく、それと関連する数的な関係もいくつか指摘することができた。

5-4. まとめ

以上のように、ブラームスのピアノ変奏曲全 7 作品において DIRS および RIRS を検討した。その結果、Mann らが、ブラームスはそのカノンの中で《ゴルトベルク変奏曲》を見習ったとする op.9、op.21-1、op.21-2、op.24 と、その後の変奏曲作品である op.35、op.56b の計 6 作品において、DIRS を示した。

そして、op.9、op.21-1、op.21-2、op.23、op.24、op.35 の計 6 作品において、RIRS の

数的な関係を示した。そして、op.9、op.21-1、op.21-2、op.24、op.35 の 5 作品において、DIRS と RIRS を組み合わせることによって新しい側面を持った他の数的な関係を示した。

そして、これらの DIRS と RIRS を考察した結果、特に op.24 と op.35 において、その主題構成と模倣の音程に関する数的な関係を指摘することができた。

-
- ¹ ヒューズはジョスカン・デプレのパロディー・ミサなどにおける模倣技法について次のように述べている。

ジョスカンの曲の多くは（決してすべてではないが）、16 世紀に普通に見られるようになった形をとっている。歌詞が適当な数の句に分割され、各句に特徴的な音楽動機が宛がわれる。そして、各動機毎に、模倣を行う区間—「模倣点」と呼ばれる—が設けられ、その各区間は終止形で終わるのだが、一般に、終止部が終わる少し前には次の新たな模倣が始まるといった仕方で、それらの区間の一次的な重複が見られる。模倣技法は、この種の曲 [パロディー・ミサなど] によって初めて、単なる装飾用技法であることを脱して、基本的な構造原理の水準にまで至ったのである。その構造上の役割は二重である。即ち、一方では、箇々の区間が単一の音楽素材に基づくことになるために、その区間内の統一性が得られる。そして又、その技法を一貫して用いることが、曲全体の統一性の実現を援けるのである（ヒューズ 1984: 181-182. 邦訳：ベニテズ；近藤. 下線、[] は筆者による.）。

下線で示したように、ヒューズは、模倣技法の中の主題の同型性によって統合性が図られ、その技法自体によって楽曲の全体的統合性が図られていることを示唆している。彼は、ジョスカンのカノン技法の使用についても、「それはただカノンを成しているということだけで既に、統合的役割を果たし得ているわけだ（ヒューズ 1984: 182. 邦訳：ベニテズ；近藤.）」としている。模倣技法、カノン技法によって楽曲の全体的統一性が図られることは、その技法の持つ主題の同型性すなわちシンメトリーを根拠にしていることは明らかであろう。

- ² Koh-Lewandowski は、このブラームスの言葉を、op.21-1 の第 5 変奏のカノンのように、カノンのコメスが明らかに顕著でなく認識されるように操作されているということ、つまり変奏がカノンを成していることが顕著ではないように操作されているということ、と捉えている（Koh-Lewandowski 1999: 63.）。
- ³ すでにブラームスの習作の変奏曲の中には完全なカノンが含まれており、彼は変奏曲の中にカノンを入れることによって作品を入念にしたということは指摘した（第 3 章の p.47 参照.）。

-
- 4 角倉は、模倣について、異なる声部間に行われるものだけでなく同一声部内での連続的の反復も一種の模倣と考えられる、としている（角倉 1983: 2592.）。このような音域の変更による旋律線の移動を、同一声部内での反復と捉えたとしても、1つのユニット内で行われる模倣であることに変わりはないであろう。そして音域の変更を行う際、旋律線は一定の音程を持って同型性を保ち模倣しており、その音程から数的な関係を模索することができる。
- 5 なお、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の各変奏には、旋律線の同型性を保っているが、音域の変更を伴わないものもある。すなわち、ある一定の長さの旋律が、リピート記号を使用せずにユニゾンで反復するという変奏である（op.9の第2変奏、第11変奏、op.35の中のいくつかの変奏など.）。これらの変奏の中には、その模倣部分が主題の中のリピート記号で反復させる部分と一致するため、R型の模倣の変奏の一種と捉えられるものもある。しかし、その模倣の音程関係は完全1度、すなわちユニゾンであり、特に数的な意味を見出すことができないと考えられる。
- op.9の第2変奏を例にとれば、その第10変奏において主題のA部分のソプラノの旋律が反復されるように、主題のバスの縮小形がまるでリピート記号があるかのように反復される。しかし、第10変奏においてその反行形の旋律はオクターヴの音域の変更が伴っていたのとは対照的に、第2変奏においてはどの声部も音域の変更を伴わない、あるいは変奏技法の変化しない反復と見なせるであろう。
- 6 当然のことながら、旋律線の同型性が部分的に保たれているとはいえ、変奏の中のゼクエンツの部分はこれに含まれない。その旋律線の長さは4小節に達しない上に、その音程関係は一定でないからである。
- 7 Danuser は、op.9の第10変奏の中で反行のカノン技法が部分ごとに分かれて使用されていることを記している（Danuser 1983: 100-101.）。
- 8 op.9の第10変奏のAの部分とA2の部分は対位的に異なった構造を持つので、それらの反行形の旋律線は必ずしも厳格に等しいわけではない。しかし、これらの部分の間において、旋律線が同型性を保ちつつオクターヴの音程を持って移動する意図があるのは明らかであろう。
- 9 Bernstein は、ブラームスの op.24 の自筆譜において、第6変奏のオクターヴの音程のカノンの中のある1つの声部は、出版された版よりも1オクターヴ下であったことを指摘している（Bernstein 1973: 274-275.）。厳密に言えば、出版された版の3オクターヴ上の音程の反行カノンは、自筆譜では2オクターヴ上の音程の反行カノンであった。このことは、ブラームスが完全8度（1オクターヴ）の音程のカノンも完全15度（2オクターヴ）の音程のカノンも（あるいは3オクターヴ以上の音程のカノンも）、同様にオクターヴの音程のカノンとして扱っていることを示しているのだろう。Bernstein の指摘から、模倣の複合音程に関して柔軟に、流動的に捉える観点を見出すことができる（先行研究の中には、op.24のこの第6変奏のオクターヴの音程のカノンを、ユニゾンつまり完全1度の音程のカノンと捉えているものもある（Kross 1957: 177.））。
- そして、筆者が指摘するように、その模倣の音程に従い、模倣を使用する変奏の配置が決まっているとするならば、次のことも述べられるかもしれない。このようなカノンの模倣の音程の1オクターヴ上の変更に従って、op.24の全体構成における模倣を使用する変奏の配置が逐一変えられていたわけではないと考えるのが妥当だろう。なぜなら、とりわけブラームスに関しては、変奏曲作品における何らかの全体構成のプランは、個々

の変奏の細部を変更する前に、あらかじめ考えられていたと思われるからである（ブラームスの変奏曲作品の構築性に関するイェンナーの証言を参照せよ：Jenner1989: 48-51.）。以上の事柄を考慮すると、ブラームスの変奏曲作品において模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列の間に数的な関係が認められるならば、その模倣の音程における複合音程は、柔軟に捉えられるものだろう。

- 10 カノンにおいては、縦の和声を考慮するため、そのドックスの旋律とコメスの旋律が必ずしも同じ音程差を厳格に保っているとは限らない。特に、3度と6度のカノンにおいては、それぞれ長3度と短3度、長6度と短6度の音程差を行き来する場合、その音程比が異なってくることが考えられるであろう。こうした場合、筆者は主題の区分に従ってカノンの区分を考え、それらの冒頭の音程差を調べる。なぜなら、カノンの音程差を1つの音符ごとに逐一調べることには、大きな意味を見出すことができないと考えるからである。

- 11 Brodbeck は次のように述べる。「ブラームスのカノン研究の最初の結実は、『シューマンの主題による変奏曲』[op.9]の第8変奏、第10変奏、第14変奏、第15変奏[の4つのカノン]の中に見られる（Brodbeck 1994: 32. []は筆者による。）」。

Musgrave は op.9 の中のカノンについて、「ブラームスのカノンの理解力は、ひょっとするとシューマン、ローベルトを越えた彼[ブラームス]の技術的な進歩を象徴しているのかもしれない（Musgrave 1985: 27. []は筆者による。）」としている。そして、ブラームスはすでに古典的な基礎を持っていたにもかかわらず、特にバッハの対位法に深く関心を持っていたシューマン、ローベルトから非常に大きな刺激を受けていたと考えられ、非常にロマン的なピアノイズムの背景の中にあるカノンの探求は、おそらく第一にシューマン、ローベルトという実例があるに違いない、としている（Musgrave 1985: 27.）。

ブラームスのカノン研究の結実であるとされる op.9 の中の4つのカノンにおいて、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》にも見出される、カノンの音程差を考慮した DIRS の図式を明確に示すことができることは、ブラームスとシューマン、ローベルトとの関係においても興味深いことだろう。

なお、ブラームスは op.9 を作曲する際にシューマン、ローベルトの初期ピアノ作品を参考にしたとされる（西原 2006: 45-46.）。筆者はこのうち、『ダーヴィット同盟舞曲集 *Davidsbündlertänze* 』op.6 (1837)、《謝肉祭 *Carnaval* 』op.9 (1837) 等においても DIRS の数的な関係を指摘できる部分があると考えている。今後も研究を続ける。

- 12 Musgrave は、op.9 の第10変奏について次のように述べている。すなわち第10変奏においては、冒頭の主題のバスとその反行形の同時に起る組み合わせが、反行形によるカノンであることを示すために、部分的な反復を使用している、としている（Musgrave 1985: 27.）。これは、A部分の同時の模倣による8小節に対する、A2部分のカノンによる8小節の反復のことを指している。

Swinkin は第10変奏について次のように指摘している。すなわち第10変奏においては、主題のバス自体がまるで変奏の主題のような役割を果たしている：第10変奏のA部分では、その旋律が主題のバスから受け継がれたという事実を反映しているかのように、その旋律の反行形の輪郭を描いている。A2部分では、それが多少より隠された形で行われている（Swinkin 2012: 61.）。彼は、A部分のバス声部にある反行形の旋律が、A2部分のアルト声部に移動し、カノンの反行形のコメスとして明示されることを、譜例を伴い示している（Swinkin 2012: 60-61.）。その上で彼は次のように述べる。「反行形のコメ

スとして、これはより明示的な主題を表している。(我々は、第 8 変奏において、[第 10 変奏と] 類似した効果を出すために、ブラームスがカノン技法を使用するのを見てきた。第 8 変奏においては、潜在的な主題もしくは主題を模倣する部分を、それ以上により明示的に表している [第 10 変奏よりも明示的に表している]) (Swinkin 2012: 61. 邦訳: 三島, [] は筆者による.)」。

このように、op.9 の第 10 変奏において、その A 部分の同時の模倣と、その反復である A2 部分のカノンとの対比の中で、反行形の旋律の移動が行われていることが指摘されている。そして、第 10 変奏の中のカノン技法は、第 8 変奏の中のカノン技法と同様に、カノンのコメスによって主題を明示し、強調するという効果があることが分かる。

- ¹³ Musgrave は、op.9 の中の 4 つのカノンの音程を次のように示している。すなわち、第 8 変奏はオクターヴのカノン、第 14 変奏は 2 度のカノン、第 15 変奏は 6 度のカノン、そしてこの第 10 変奏のカノンは 10 度の音程の反行形のカノンと記述している

(Musgrave 1985: 27.)。第 10 変奏のカノンの音程を、3 度ではなくその複合音程の 10 度の音程と見る観点を確認できるだろう。

- ¹⁴ 第 10 変奏から下 (降順) に 10 つ数えるということは、すなわち第 10 変奏の長 10 度の音程の模倣が下の模倣であることを示している。確かに、第 10 変奏のこの長 10 度の模倣は同時に始まり、模倣の方向性は見られない。しかし、この第 10 変奏のソプラノの旋律は、明らかに主題のバスから取られていることから、次のことを指摘することができる。第 10 変奏のソプラノの旋律が「模倣される」主体であることは明白であり、その反行形のバスの旋律は「模倣する」旋律であり、それがソプラノからバスへの下模倣を示唆しているだろう。

- ¹⁵ op.9 の第 10 変奏の B 部分の中の 3 声のカノンについても言及しておく。この 3 声のカノンは、長 3 度の音程の反行の模倣の範囲内のもので、減 7 度下と完全 8 度上の音程を持つ (本章の p.96 参照.)。このように多くの音程が混在しているため、これらの数的な関係を見出すことは容易ではない。しかし、3 声のカノンの中声部の旋律を主体として見て、楽曲の中心に据えるならば、「第 1 変奏 (楽曲の出発点)、第 8 変奏 (カノン)、第 14 変奏 (カノン)」という図式が見出せるかもしれない。すなわち、第 1 変奏から上 (昇順) に 8 つ数えると第 8 変奏のカノン、第 14 変奏のカノンから下 (降順) に 7 つ数えると第 8 変奏のカノン、いずれも楽曲の中心の第 8 変奏のカノンである。以上のような図式は、長 3 度の音程の反行の模倣を持つ第 10 変奏の B 部分の中の、3 声のカノンの完全 8 度上、減 7 度下の模倣の音程と関連するのかもしれない。そして、楽曲の中心の第 8 変奏のカノンと第 10 変奏は 3 つ先すなわち 3 度の音程の関係にある。それはあたかも、続く A' の部分の短 3 度の音程の模倣を表しているかのようである。

また、音程比の観点から考察も試みる。楽曲の中心の第 8 変奏から減 7 度上 (その音程比は 75/128 である) に上がると、第 14 変奏に行き着く (その「13.6」の値は第 14 変奏を示す)。そればかりでなく、楽曲全体の 16 変奏における減 7 度の位置は、まさに第 10 変奏を示す (その「9.3」の値は第 10 変奏を示す)。これらのことは、この 3 声のカノンにおいて音程比の図式も考察されていたことを示唆している。本章の p.132 以降の RIRS の考察を参照されたい。

- ¹⁶ Sisman は、op.9 の第 8 変奏のカノンと第 15 変奏のカノンは主題のソプラノの旋律によるもの、第 10 変奏のカノンは主題のバスによるものであること、そしてそれらの旋律はそれぞれのカノンのソプラノとバスの旋律に与えられていることを指摘している。そ

して、カノンを戦略的に配置することによって、主題の旋律とバスの機能上の交換を強めているとしている（第 10 変奏の中の同時の模倣と 1 小節ずれたカノンについては、「視覚のためのカノン」と指摘している）（Sisman 1990: 148.）。

筆者は、Sisman の言及する「カノンの戦略的な配置」と、筆者の言及するカノンの数的な配置は、とある共通点があると考ええる。なぜなら、すでに示したような、op.9 の中の 4 つのカノンにおける明らかに数的なカノンの配置は、それぞれ上の模倣か下の模倣かということ、つまりカノンにおけるソプラノとバスの旋律の関係性を考慮しているからである。

なお筆者は、op.9 の第 10 変奏と第 11 変奏を除いた 1854 年 6 月の全 14 曲のバージョン（McCorkle 1984: 27-29.）についても、カノンの配置における同様の数的な関係を指摘した（三島 2012: 20.）。

17 ブラームスの弟子、イェンナーは次のように記述している。

ブラームスはレッスンの始めに、すぐに私 [イェンナー] に、「変奏曲を書いているのが、あなた [イェンナー] ができる中では、とりあえずは最も利口なことだ」と言った。そして私の最初の仕事の 1 つは、ピアノのための主題と変奏を持っていくこととなった。私はこの変奏曲に詩を前置きしておき、そこでは、それぞれ個々の詩節・連 [Strophe] がそれぞれのグループをモットーとして先行している、という発想のもとで、4 つの詩節・連が同数の [4 つの] 変奏曲グループの上に決定的な影響を及ぼしている、という形を取った。ブラームスはこの着想を喜び、私に、自分もかつて同じ着想を実行したが、しかしそれを材料には何も成長しなかった、と言った。それから、彼は、必要不可欠な着想をだめにするに違いない、あまりに変奏の数が多すぎるものを非難した；「変奏の数が少なければ少ないほど、より優れたものになる。しかしその時、言うべきことが全て言えてもいなければいけない」（Jenner 1989: 45. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

このように、イェンナーは詩節の数と変奏曲グループの数を数的に一致させており、ブラームス自身も「かつて同じ着想を実行した」としていることから、ブラームスの変奏曲作品においても何らかの数的な思考が取られていた可能性もある。そして、「それを材料には何も成長しなかった」としていることから、そうした着想は途中で中断している可能性もある。

また、ブラームスは、変奏曲数は少ないほど良いとしながらも、「言うべきことが全て言えてもいなくてはいけない」としていることから、技術的な着想を生かすためにも、楽曲全体の変奏曲数を慎重に選んでいたことが考えられる。楽曲全体の変奏曲数を決定

するという数的な思考が取られていたことが示唆される。筆者は、作曲者自身の言及は彼の公的な作品と切り離して考えるべきだと先に述べたが、公的な作品を対象にした次のような興味深い分析を参照する。

Littlewood は、ブラームスの《ピアノソナタ第 1 番 *Sonate*》op.1 の変奏楽章である第 2 楽章について、次のように解釈している。この変奏楽章は、ドイツ民謡からの 4 節の詩の第 1 節に基づく主題と、3 つの変奏とコーダから成り立っている。彼はその「4 節の」詩が、主題と 3 つの変奏からなる「4 つの」部分に対応していることを示唆している。彼は次のように述べている。「これらの [3 つの] 変奏が [第 1 節に続く 3 節の] 詩を劇にしている dramatize と言うことは誇張した表現ではあるだろう。しかし、その主題は、我々がそれら [3 つの変奏] は詩 text から生じたと見なす、そしてひょっとすると、大雑把に詩 text に基づいて構成されているのかもしれないと見なすことができることを示唆している (Littlewood 2004: 119. 邦訳: 三島, [] は筆者による.)」。そして彼は、音楽的な変奏と、詩の言葉によって描写することとの関係を分析している (Littlewood 2004: 117-124.)。Littlewood はイェンナーの上記の証言を引用していないが、この彼の言及は、詩節の数と変奏曲数との関係を考える上で示唆に富んでいる。変奏曲の中でこうした数的な思考が取られていた可能性もある。

そして筆者は、Littlewood の言及を受け、これらの 3 つの変奏に続くコーダの部分に注目した。このコーダはカノンであり、その旋律が主題から取られていることが明らかであるため、筆者はこれを 4 番目の変奏、すなわち「第 4 変奏」と見なすこともできると考えた。この「第 4 変奏」のカノンが、終始完全 4 度上の模倣の音程を保っていることは、DIRS の観点から見て興味深い。さらに、Littlewood の言うところの第 2 変奏は、筆者の言うところの、転回対位法による I 型の模倣の変奏であり、その模倣の音程は完全 8 度である。RIRS の観点から見て、この第 2 変奏が全 4 変奏の中心に位置することは、完全 8 度の音程比が「1:2」であることと無関係ではないのかもしれない。公的な作品からこのような分析を行い、作曲者の意図を探ることもできるだろう。

18 すでに注釈 9 にて示したことを再び確認しよう。Bernstein は、ブラームスの自筆譜において、op.24 の第 6 変奏の完全 8 度の音程のカノンのある 1 つの声部は、出版された版よりも 1 オクターヴ下であったことを指摘している (Bernstein 1973: 274-275.)。このことは、ブラームスが完全 8 度 (1 オクターヴ) の音程のカノンも完全 15 度の音程 (2 オクターヴ) のカノンも、同様にオクターヴの音程のカノンとして扱っていることを示しているのだろう。

19 op.24 の中のこの「第 6 変奏、第 13 変奏、第 20 変奏」の一連の図式は、op.24 の中の主題とは異なる調性を持つ変奏の配置 (第 5 変奏・第 6 変奏、第 13 変奏、第 21 変奏) と一致しているか、もしくは隣り合っていることが明らかである。

ブラームスの弟子、イェンナーは、主題とは異なる調性を持つ変奏について次のように指摘している。「私 [イェンナー] が [作曲のレッスンの際に] 個々の変奏の中で調を

変えた時も、ブラームスは非難しなかった。主題と変奏技法は恐らくこの疑問に関与しているだろう。しかしながら、彼〔ブラームス〕自身、ベートーヴェンもまたそうであるように、調性の変更についてより限定された使用法を行っており、そして彼〔ブラームス〕にとって、変奏曲の最も首尾一貫した、最も高まった形式であるところのバッハの《シャコンヌ》〔BWV1004-5〕を最も高いものとして価値を置いていたことは、確かなことである（Jenner 1989: 50. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

ブラームスがその価値を認めていたバッハの《シャコンヌ》BWV1004-5 は、「主調 - 同主長調（中間部） - 主調」といった構成を取っており、調性という観点から明確に区分されている。これらのことから、ブラームスの op.24 の中の主題とは異なる調性を持つ変奏の配置が、楽曲全体を覆うような模倣を使用する変奏の一連の図式という 1 つの楽曲構成と関わっている可能性もあるだろう。

- ²⁰ 第 19 変奏と第 23 変奏・第 24 変奏の 3 つの変奏は、共に op.24 の主題の 4/4 拍子とは異なる 12/8 拍子を持つ。op.24 の中で、主題とは異なる拍子を持つ変奏はそれらの 3 つの変奏のみである。

- ²¹ 自筆譜において第 16 変奏のカノンは第 15 変奏より前に現れており、ブラームスは、その後の第 17 変奏を清書した後に、鉛筆書きの矢印によって第 16 変奏のカノンと第 15 変奏の順番を入れ替えた（Bernstein 1973: 275.）。「その時ブラームスは〔第 15 変奏と第 16 変奏の〕順番を入れ替えることを決めた（Bernstein 1973: 275. [] は筆者による.）」とされる。

- ²² ピアニストのローゼンタリ、モリツ Rosenthal, Moriz 1862-1946 は次のように記している。「最初に、〔ブラームスとの〕会話はバガニーニ変奏曲〔op.35〕に向けられた。私〔ローゼンタリ〕は巨匠〔ブラームス〕に、〔op.35 の第 1 巻と第 2 巻の〕全 28 曲をおおよそ 20 曲にする私の選曲を彼は認めるかどうか、そして、第 2 巻の前に主題を繰り返し演奏することが指示されているが、それはどのように扱われるべきかを尋ねた。（中略）彼〔ブラームス〕は自嘲気味に次のように答えた。「あなた〔ローゼンタリ〕の選曲はいいだろう。しかしあなたは、私が行うようにすることもできる。私は〔op.35 の〕第 1 巻を演奏し終わると、その時拍手が十分に荒れ狂うかどうかを観察するために待つ。もしそうなる場合には、私は第 2 巻を演奏する。しかし、今までこのようなことは決して起ったことがない（Rosenthal 2006: 105. 邦訳：三島. [] は筆者による.）」。ブラームス自身は op.35 の全 2 巻を通して演奏することもまた認めているのだろう。

- ²³ op.9 の楽曲全体である全 16 変奏から見て、長 6 度下「3:5」の位置関係は、「9.6:16」となる。この「9.6」の数値が第 10 変奏であることは明らかである。

- ²⁴ 短 2 度は協和音程ではないが、2 つの協和音程である完全 4 度と長 3 度の隔たりから短 2 度の音程比を割り出すことができる。完全 4 度「3:4」と長 3 度「4:5」の比率は「15:16:20」の連比によって表すことができる。完全 4 度と長 3 度の隔たりは、短 2 度すな

わち「15:16」である。

- ²⁵ 「1:5」が「4:5」(長3度)とオクターヴ異なる音程関係になることは明らかである。なぜなら、「1:4」は2オクターヴ高さが異なる同音であるためである。コッホの音程比の図(第2章のp.17: 図2-1-2)を参照されたい。
- ²⁶ op.23とop.24のペアとなる作品において筆者は、第1部分全体と、第1部分と第2部分を合わせた全体の両方を楽曲全体の2重の構造として捉えた。なぜなら、《ゴルトベルク変奏曲》を参照するならば、第2部分は序曲で始まる新たな部分であり、それを除いた第1部分は1つの楽曲全体であると捉えられるからである。この2作品と類似した2部分構造を持つ《ゴルトベルク変奏曲》においても、その第1部分は1つの楽曲全体と捉えることができるだろう。
- ²⁷ op.24の第6変奏のカノンとop.23の第4変奏のカノンは外面的には完全に似ており、2つとも、両手のオクターヴの2声の模倣による短調の変奏であり、相対的にそれぞれのサイクルの中で早めに現れてくる(Sisman 1990: 141-142.)ことはすでに指摘したが、これらのそれぞれの作品のカノンは、op.24の第1部分の1/4 ($1/2 \times 1/2$)、op.23の第1部分の1/2の位置にあり、その位置関係もまた類似していることが分かる。
- ²⁸ Wiesenfeldtによれば、第5変奏と第6変奏、第7変奏と第8変奏、第23変奏と第24変奏、及び第15変奏と第16変奏の4つのペアはop.24の最も重要なペアの変奏である(Wiesenfeldt 2008: 245.)。それらは全て、op.24の模倣を使用する変奏の図式の中の、楽曲全体の1/2と1/4の位置に配置されている(図5-23)。
- ²⁹ Cummingsもまた、op.24の主題構成は「4小節(2小節 \times 2) \times 2」であるとしている(Cummings 1991: 240.)。op.24の第6変奏のカノンは、この4等分の楽節構造に従って、順行カノンと反行カノン、及び上の模倣のカノンと下の模倣のカノンに区分されている。第8変奏もまた、この4等分の楽節構造に従って、模倣の掛け合いによる区分が成されている。第13変奏、第19変奏、第20変奏の3つの変奏もまた同様に、4等分の区分が成されている。
- ³⁰ シェーンベルクは変奏曲形式について次のように指摘している。「形式の最も重要な機能は、我々の楽曲に対する理解を推進することである。(中略)形式とは本来、たやすく理解できる方法で着想を表現するための組織化のことである。(中略)楽曲の組織化は、聴き手がその着想を心に留め、その展開、成長、労作、結果を追っていくことを助けるのである。(中略)記憶しておくことを除外して、我々は変奏曲をどのように理解できるのか[記憶しておくことを除外して変奏曲を理解することなどできない]。ある作曲家が自分の作品を「X[主題]による変奏曲」と名付けるということは、彼は明らかに、変奏の全てを、彼が選んだ主題から派生したもの[彼が選んだ主題に由来するもの]として我々に理解してもらいたい、ということなのである(Schonberg 1950: Philosophical Library:149-151. 邦訳: 三島. [], 下線は筆者による.)」。
- 変奏曲にとっての主題の重要性についてのシェーンベルクの指摘から、次のことが言えるかもしれない。主題の楽節構造の数的な比率という、主題の中の1つの要素を、「主題から派生したもの」「主題に由来するもの」として記憶しておき、個々の変奏の楽節構造のみならず、変奏曲作品の中の模倣を使用する変奏のDIRSやRIRSの配置の図式に

生かしている可能性もあるだろう。

³¹ op.35 の第 1 巻と第 2 巻を続けて演奏する際、第 1 巻と第 2 巻の間で同じ主題をもう一度演奏しなければならない。これは、ブラームスの変奏曲作品、そして一般的な変奏曲作品を見渡しても、極めてまれな特殊な事象である（ピアニストのローゼンタリは、直接ブラームスに、この主題をどう扱うべきか尋ねている。第 5 章の注釈 22 を参照せよ）。RIRS の観点から見れば、変奏回数を基にするため、主題の演奏は無視しなければならない。しかし、DIRS の観点から見ると、第 1 巻と第 2 巻の間の主題もまた、連続して演奏されるものであるため、この場合は 1 曲として数えなければならない。RIRS では主題を含めないが、DIRS では第 1 巻と第 2 巻の間の主題のみ含めると言う例外的な措置をとる必要がある。これは、op.35 の特殊な事象の上でのみ行われるものである。

³² op.24 の中の主題とは異なる楽節構造を持つ変奏についても検討して見よう。op.24 の中で主題とは異なる楽節構造を持つ変奏は、第 15 変奏のみである。その第 15 変奏は楽曲全体の中心に位置する（15/30）というだけでなく、その楽節構造は「4:5」であり、op.24 の第 1 部分と楽曲全体との比率「4:5」に一致する。これらの比率が模倣を使用する変奏の数的な図式と深く関わっていることはすでに述べた通りである。

³³ 主題の楽節構造と、模倣を使用する変奏の模倣の音程と、模倣を使用する変奏の DIRS と RIRS の図式がお互いに関連していることについては、ブラームスの op.9 においても興味深い指摘をすることができる。

ブラームスの op.9 はシューマン、クラーラの《ローベルト・シューマンの主題による変奏曲 *Variationen über ein Thema von Robert Schumann*》op.20（1853）へのオマージュの作品であり、双方とも共通するシューマン、ローベルトの主題が使われている（Danuser 1983: 92.）。そして、シューマン、クラーラの op.20 の中の唯一のカノンは第 6 変奏の完全 5 度下、完全 8 度下の音程のカノンであるが、ブラームスの op.9 の中には完全 5 度の音程のカノンは含まれていない。ブラームスは自身の op.9 の中で完全 5 度下の音程のカノンを意識的に避けた可能性がある（Danuser 1983: 103.）。

そして、このカノンの完全 5 度という音程比（2/3）は、ブラームスの op.9 とシューマン、クラーラの op.20 の双方に共通するシューマン、ローベルトの主題の楽節構造そのものである。すなわち、それは全体を 3 等分する比率の構造を持っている。

シューマン、クラーラの op.20 の全 8 変奏（終曲の第 7 変奏は 2 つの変奏を含むため）のうちの第 6 変奏のカノンの位置は、全体の 2/3 の位置を、一応数字上示してはいる。しかし、そもそも全変奏曲数が少ないため、それほど注目に値しないだろう。

それよりも、ブラームスの op.9 の中の DIRS と RIRS の図式では、全体の 3 等分の構成は使用されておらず、それはシューマン、クラーラの op.20 の中で使われた完全 5 度下の音程のカノンが避けられていたことと符合することの方が注目される。なぜなら、ブラームスが op.9 において、完全 5 度の音程のカノンを避けていたように、シューマン、ローベルトの主題の 3 等分の楽節構造を楽曲全体に反映させることを避けていたかもしれないからである。このことは、op.24 と op.35 においてその主題構造が楽曲全体に反映していることと対比されるであろう。

第 6 章 結論

本論文の目的は、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の諸要素が持っている数的な関係を探り出すことであった。確かにブラームスはロマン派の時代の作曲家であるが、ルネサンスやバロックの時代の音楽を熱心に研究していた。ブラームス以前の音楽には、音楽と数に関する先行研究が豊富にあることから、ブラームスにおいて音楽と数の関係を考える重要性を指摘した。

本論文の第 1 章では、序論として本論文の目的、対象、方法、関係する先行研究、構成を述べた。

第 2 章では、西洋音楽と数との関係について概観し、続いて西洋音楽の歴史において「縦と横の関係」という数的な関係が認められるか検討した。

第 3 章では、一般的なカノン技法、《ゴルトベルク変奏曲》等に対するブラームスの態度を述べた。そして、《ゴルトベルク変奏曲》の模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間に「縦と横の関係」という数的な関係を見出した。

第 4 章では、「縦と横の関係」という数的な関係がシンメトリーの概念で説明できることを述べた。そして、本論文における、シンメトリーの概念に従った分析方法を述べた。

第 5 章では、その分析方法によって実際にブラームス作品を分析し、その結果を示した。

ブラームスは変奏曲の作曲に関して、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》が手本となると考えていた。《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究には、当該作品は数的な構造を持つと指摘しているものがある。

筆者は《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究 Dammann 1986 を参考に、当該作品の中に縦の音程と横の時間軸との間の数的な関係という思考を読み取った。この縦の音程と横の時間軸との間の数的な関係という思考は、西洋音楽の歴史の中で繰り返し考察されてきたものである。筆者は、この数的な関係性がシンメトリーという概念で表すことができることを述べた。

本論文の基本的な方法は、《ゴルトベルク変奏曲》を扱った先行研究 Dammann 1986 の中に見出せるようなこの数的な関係性すなわちシンメトリーの概念を、ブラームスのピアノ変奏曲において見出せるかを調べるというものであった。

そして、そのための 2 つの分析の観点を提示した。それらは、DIRS「模倣の音程差と回転のシンメトリー」と、RIRS「模倣の音程比と回転のシンメトリー」であった。

続いて、この 2 つの分析の観点からブラームスのピアノ変奏曲全 7 作品を分析し、その結果を示した。その結果、DIRS による数的な関係は op.9、op.21-1、op.21-2、op.24、op.35、op.56b の 6 作品において認められた。RIRS による数的な関係は、op.9、op.21-1、op.21-2、op.23、op.24、op.35 の 6 作品において認められた。そして、op.9、op.21-1、op.21-2、op.24、op.35 の 5 作品において、DIRS と RIRS を組み合わせることによって新しい側面を持ったもう 1 つの数的な関係が認められた。さらに、これら 2 つのシンメトリーの分析方法によってブラームス作品を分析した結果、op.24 と op.35 において、変奏曲作品の主題構成と模

倣を使用する変奏の模倣の音程との間の数的な関係を指摘することができた。

ブラームスのピアノ変奏曲作品は、作曲家がそれを創り出すことを意図したのであろうとなかろうと、DIRS および RIRS の明らかな数的関係を持っていた。DIRS とは、模倣の音程差を根拠に模倣を使用する変奏の配列を分析するものであった。RIRS とは、模倣の音程比を根拠に模倣を使用する変奏の配列を分析するものであった。DIRS は等差級数、RIRS は等比級数の思考であると言えるかもしれない。このように筆者は、ブラームスのピアノ変奏曲作品の中の諸要素が持っている数的な関係を指摘することができた。

ブラームスの変奏曲作品におけるこうした数的な関係は、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》やベートーヴェンの変奏曲における数的な関係に類似したものである。すなわち、《ゴルトベルク変奏曲》においては模倣の音程差による DIRS の構成、ベートーヴェンの変奏曲においては模倣の音程比による RIRS の構成が見られる。興味深いことに、ブラームスはバッハの《ゴルトベルク変奏曲》やベートーヴェンの変奏曲を、変奏曲に関する作曲の良い手本として入念に研究していた。従って、ブラームスのピアノ変奏曲作品における数的な関係は、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》やベートーヴェンの変奏曲における数的な関係と同様に非常に重要であると思われる。ロマン派の時代の作曲家達は、過去の音楽における数的な関係と類似性を感じていたのかもしれない。

さらに、筆者はこの結果から、楽曲の数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点を提案する。RIRS に関しては、その対象は比率 **ratio** としての楽曲全体であるため、楽曲全体を把握しなければその数的秩序を理解できない。対照的に、DIRS に関しては、楽曲全体を把握しなくともその数的秩序を理解することができる。要約すると、RIRS がグローバルな数的関係に基づいているという一方で、DIRS はローカルな数的関係に基づいている。

RIRS の場合と DIRS の場合との間で音楽を聴くという行為を区別するならば、それらには相違がある。RIRS に従えば、聴衆は楽曲全体を把握しなければその楽曲の数的秩序を予測できない。なぜならば、RIRS は楽曲全体を把握しなければ理解できないグローバルな数的関係に基づいているからである。対照的に、DIRS に従えば、聴衆はその作品の模倣を使用する変奏が何度の模倣の音程差を持っているか、そしてその模倣は上声部への模倣なのか下声部への模倣なのか見出すことによって、たとえ作品の部分しか把握しなくとも、作品の数的秩序を予測することができる。なぜならば、DIRS は楽曲全体を把握しなくとも理解できるローカルな数的関係に基づいているからである。言い換えると、DIRS に関しては、模倣を使用する変奏の模倣の音程という縦と、その配列という横の時間軸との間に認識される数学的なシンメトリー概念によって、作品の数的秩序を予測することができる。

例えば、変奏曲作品において、 x 度上の音程の模倣を使用する変奏があるとしよう。聴き手が、もし DIRS を知っているならば、その x 度上の音程の模倣を使用する変奏から昇順に数えて x 個先の変奏もまた模倣を使用する変奏であるということを予測することができる。

また、 y 度下の音程の模倣を使用する変奏があるとしよう。聴き手が、もし DIRS を知っているならば、その y 度下の音程の模倣を使用する変奏から降順に数えて y 個先の変奏もまた模倣を使用する変奏であったということを確認することができ、その y 個先の模倣を使用する変奏から DIRS の図式を予測することができる。

そして、第 z 変奏が z 度下の音程の模倣を使用する変奏であるとしよう。聴き手が、もし DIRS を知っているならば、変奏番号と模倣の音程が一致していることを確認することができ、他の変奏曲作品でも同様のことを予測することができる。

楽曲全体を把握しなくともその数的秩序を理解することができるという事実は、音楽作品の演奏がその性質として持っている線状性 *linearity* と関連しているのだろう。聴衆は、たとえ作品の一部しか把握していなくとも、作品の演奏の一部の情報を思い出し、作品の一部の情報からその作品の数的な規則を探り出そうとし、その作品の数的な規則を見つけることができる。なぜならば、音楽作品の演奏とは、聴衆がその音楽作品の情報を蓄積していく過程であるとも考えられるからである。そして、新しく見つけ出された規則に適合させて、聴衆は作品の未来の数的秩序を予測することができる。なぜならば、模倣を使用する模倣の音程という縦と、その配列という横の時間軸との間の数学的なシンメトリーの概念によって、その作品の未来の数的秩序を予測することは可能であるからである。

シェーンベルク、アルノルト Schonberg, Arnold 1874-1951 は 『音楽の様式と思想 *Style and idea*. 1950 Schonberg Arnold: New York: Philosophical Library.』の中の「革新主義者ブラームス *Brahms the Progressive*」において、「数学の公式の中では、遠い過去、現実にあるこの現在、そして最も遠く離れた未来が結合される (Schonberg 1950: Philosophical Library: 55. 邦訳: 三島.)」としている。そして、続いて「機敏で十分訓練された人は、彼がすでに理解している単純な問題のより遠く離れた問題、より遠く離れた結果が語られることを要求するだろう。機敏で十分訓練された人は、たわごとを聞くことを拒絶し、そして簡潔で分かりやすい言葉で語られることを強く要望する (Schonberg 1950: Philosophical Library: 55-56. 邦訳: 三島.)」と結んでいる。筆者は、彼が、音楽家はより遠く離れた結果を語るべきであり、簡潔で分かりやすい言葉で語るべきである、ということを示唆していると解釈する。シェーンベルクがまさに言明しているように、「もし数学者やチェスの名人の精神がそのような〔着想の深さと、着想の最も遠く離れた結果を見透す能力による〕頭脳の奇跡を成し遂げることができるのなら、なぜ音楽家の精神にそれが出来ないのだろうか (Schonberg 1950: Philosophical Library: 98. 邦訳: 三島. [] は筆者による.)」ということである。筆者は、彼が、音楽家もまた数学者のように簡潔で分かりやすい言葉によって、より遠く離れた結果を語ることは可能であると示唆していると解釈する。

このシェーンベルクの主張は、筆者による、ブラームス作品の中の模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係にも適用できるだろう。なぜならば、模倣を使用する変奏の模倣の音程差や楽曲のユニットを数えるという簡潔で分かりやすい方法を

使うことによって、その配列という遠く離れた未来の数的秩序を予測し、遠く離れた結果を示すことが可能であるからである。シェーンベルクが「革新主義者ブラームス *Brahms the Progressive*」の中で言明した音楽家と数学者の精神を共有する非常に重要な観点は、ブラームス作品の中の模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列との間の数的な関係という筆者のアイディアによっても明らかにされるだろう。そしてそれに加えて、音楽作品の演奏がその性質として持っている線状性 *linearity* に基づいて、作品全体を把握しなくともその作品の数的秩序を予測することができ、より遠く離れた結果を示すことが可能である。

このことは、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》において、簡潔で分かりやすい方法を使用することによって、作品全体を把握しなくとも作品の数的秩序の予測が可能である事実と良く似ている。すなわち、《ゴルトベルク変奏曲》の中の模倣を使用する変奏は、その変奏番号が3の倍数である位置に、1度から9度の模倣の音程差の配列を持って配置されている。すなわち、第3変奏の模倣の音程差は1度、第6変奏は2度、第9変奏は3度という具合である。《ゴルトベルク変奏曲》において、演奏中にその模倣を使用する変奏の規則に気付くことができれば、作品全体を把握しなくとも、模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列という数的秩序の予測が可能である（Yearsley は、《ゴルトベルク変奏曲》のそれまでのパターンから最後の第30変奏はカノンであろうと予測する観点を示し（Yearsley 2002: 120-121.）、ゲインズは、最後の第30変奏は第10のカノンすなわち10度の音程のカノンであろうと予測する（ゲインズ 2014: 259-260.）。いずれも、実際には第30変奏はカノンではなくクオドリヴェットであることは特筆すべきことであるとし、聴衆の予測を裏切ることに作曲者バッハの意図を感じ取っている.）。ブラームスのピアノ変奏曲作品とバッハの《ゴルトベルク変奏曲》の両者において、数的秩序の予測が可能であるという事実は、ブラームスがバッハの《ゴルトベルク変奏曲》を変奏曲作品の良い手本として挙げていることと符合するものである。このように、ブラームス作品において筆者は、バッハの《ゴルトベルク変奏曲》におけるそれに類似している、数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点を提示することができる。

筆者の述べる数的秩序の予測は、グローバルな視点から見たマクロ構造における秩序を目標としている。それは、模倣を使用する個々の変奏の模倣の音程差というローカルな視点から導き出されるものである。しかし、それは作品の中で主に使われている、変奏技法の変化に基づく楽曲構成のみから導き出されるものではない。なぜならば、変奏曲作品の数的秩序というマクロ構造を理解するためには、演奏のある時点で過去を振り返り、そして未来を予測するという数的な観点が必要となってくるからである。本論文は、模倣を使用する個々の変奏のローカルなミクロ構造を把握することによって、変奏曲作品の数的秩序というグローバルなマクロ構造を予測することが可能であるという音楽解釈の新しい観点を提供することができる。

そして、この数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点が、模倣を使用す

る楽曲を対象としていることは、象徴的な意味を持っていることもまた指摘できよう。なぜならば、模倣するという行為そのものが、先行声部から後行声部を予測するという観点を示しているからである。模倣を使用する楽曲においては、先行声部の旋律を把握した上で後行声部の旋律をある程度予測することが可能だろう。そして、旋律を模倣するという思考に加えて、その模倣の音程から作品の数的秩序を予測する観点を指摘できるだろう。

最後に、本論文の発展する将来性についても述べる。

本論文において筆者は、ブラームスの独立したピアノ変奏曲 7 作品のうち少なくとも 6 作品の中に一貫した数的な関係を見出すことに成功した。しかし、それらの 7 作品が、異なる時期に異なる様式を持って作曲されていることを指摘することは重要である。ブラームス作品が数的な関係を持っている場合、それらは多様であると思われる。ひょっとすると、ブラームス作品の数的な関係の在り方は彼の作曲時期に基づいて多様であるのかもしれない。それらは常に同じ方法によるものではないだろう。なぜならば、ブラームスの生涯にわたる作品群が、同じ方法による完全に一貫した数的な関係を持っていることは想像しにくいからである。要約すると、おそらくブラームスは、全ての作品の中で、同じ方法による数的な関係を使わなかったであろう。本論文において、筆者はブラームスの上記の 7 作品における数的な関係を指摘したが、それらは彼の作曲時期に基づいて多様であるかもしれない。ブラームス作品において多様な数的関係を調査する必要がある。

筆者は、本論文の分析方法を使用することによって他の作曲家の作品における数的な関係を調査することも望む。そして、数的秩序の予測の可能性を高める音楽解釈の新しい観点は、さらなる可能性を持っている。作品の一部というローカルなマイクロ構造を把握することによって、作品の全体構造の数的秩序というグローバルなマクロ構造を理解することができるのである。この観点は、音楽演奏上、音楽教育上大きな意義があることを強調し、本論文を閉じる。

参考文献

Arlandi, Gian Franco

- 1996 “Symmetry-canon: music and mathematics, painting and graphicization
“perpetuum mobile”.” *in* 小川 泰; et al. (eds.) 1996: 117-124.
2003 日本語訳「シンメトリーカノン」草山 美和子 (訳) *in* 小川 泰; et al. (監訳)
2003: 129-137.

Apel, Willi アーペル、ウィリー

- 1962 *Die Notation der Polyphonen Musik 900-1600*. Leipzig: Breitkopf & Härtel.
1998 日本語訳『ポリフォニー音楽の記譜法 1450-1600 年』東川 清一 (訳)
東京: 春秋社.

Baxter, Anne Wilson

- 1986 “Cyclical perspective in the Goldberg variations.” *Piano quarterly*: 34 (134):
60-63.

Beardsley, Monroe C. ; Wimsatt, William K.

- 1946 “The intentional fallacy.” *Sewanee Review*. 54: 468-488.
1954 “The intentional fallacy.” *in* Wimsatt, William K. 1954: 3-18. (1946 / revised
and republished.)

Becker, Heinz

- 1980 “Brahms, Johannes.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music
and musicians* 1st ed. London: Macmillan: 3: 155-190.

Berke, Dietrich; Hanemann, Dorothee (eds.)

- 1985 *Alte Musik als ästhetische Gegenwart: Bach, Händel, Schütz*.
Kassel: Bärenreiter.

Bernstein, Jane A.

- 1973 “An autograph of the Brahms *Händel Variations*.” *The music review*. 34,3/4:
272-281.

Boethius, Anicius Manlius Severinus

- s.d. *De institutione musica*. s.l.
1989 *Fundamentals of music*. Palisca, Claude V. (ed.) New Haven: Yale University
Press (translated into English by Bower, Calvin M.).

Bowers, Roger

- 2001 “Proportional notation.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of
music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 20: 427-430.

Bozarth, George S. (ed.)

- 1990 *Brahms studies: analytical and historical perspectives*. Oxford: Clarendon Press.

Bozarth, George S. ; Frisch, Walter

- 2001 “Brahms, Johannes.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 4: 180-227.

Breig, Werner

- 1975 “Bachs Goldberg-Variationen als zyklisches Werk.”
Archiv für Musikwissenschaft. 32 (4): 243-265.

Brinkmann, Reinhold (ed.)

- 1981 *Bachforschung und Bachinterpretation heute. Wissenschaftler und Praktiker im Dialog: Bericht über das Bachfest-Symposium 1978 der Philipps-Universität Marburg*: Kassel: Bärenreiter.

Brodbeck, David L.

- 1994 “The Brahms-Joachim counterpoint exchange, or, Robert, Clara, and ‘the best harmony between Jos. And Joh.’”. *Brahms studies*. 1: 30-80.

Buhler, Walter

- 2014 *Rechnen mit musikalischen Intervallen, Skalen und Stimmungen im historischen Kontext*. Berne: Peter Lang.

Cahn, Peter

- 2000 “Kanon.” Finscher, Ludwig (ed.) *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*. Kassel: Bärenreiter: Sachteil 4: 1677-1705.

Cohen, Vered

- 1996 “Interrelationships among the canons of J.S.Bach’s Goldberg variations.”
Israel studies in musicology. 6: 115-132.

Cope, David コープ、デイヴィッド

- 2000 *New directions in music*, 7th ed. Long Grove, Illinois: Waveland Press.
2011 日本語訳『現代音楽キーワード事典』石田 一志; 三橋 圭介; 瀬尾 史穂 (訳)
東京: 春秋社.

Cross, Jonathan

- 2003 “Composing with numbers: sets, rows and magic squares.” in Fauvel, John; Flood, Raymond; Wilson, Robin (eds.) 2003: 131-146.

Cummings, Craig

- 1991 *Large-scale coherence in selected nineteenth-century piano variations*.
Ph.D.dissertation, Indiana University (Music theory) .

Dammann, Rolf

1986 *Johann Sebastian Bachs "Goldberg-Variationen"*. Mainz: B.Schott's Söhne.

Danuser, Hermann

1983 "Aspekte einer Hommage-Komposition: Brahms' *Schumann-Variationen* op.9." *in* Krummacher, Friedhelm; Steinbeck, Wolfram.(eds.) 1983: 91-106.

Deutsche Brahms Gesellschaft (ed.)

1908-1922 *Johannes Brahms Briefwechsel*, I-XVI.Berlin: Deutsche Brahms Gesellschaft.

1991-1995 *Johannes Brahms Briefwechsel*, new ser.,xvii-xix. Tutzing: Hans Schneider.

Emans, Reinmar; Steinbeck, Wolfram (eds.)

2009 *Bach und die deutsche Tradition des Komponierens: Wirklichkeit und Ideologie.*: Dortmund: Klangfarben Musikverlag.

Fauvel, John; Flood, Raymond; Wilson, Robin (eds.)

2003 *Music and mathematics: from Pythagoras to fractals.*
Oxford: Oxford University Press.

Fellinger, Imogen

1961 *Über die Dynamik in der Musik von Johannes Brahms.* Berlin: M.Hesse.

Franklin, Don Oscar

2003 "Viewing the Goldberg variations as a musico-mathematical matrix." *in* Geck, Martin (ed.) 2003: 231-250.

Fux, Johann Joseph

1725 *Gradus ad Parnassum*. Vienna: s.l.

1965 *The study of counterpoint from Johann Joseph Fux's Gradus ad Parnassum.*
Mann, Alfred (ed.) New York: W.W.Norton & Company.

1967 *Gradus ad Parnassum*. Mann, Alfred (ed.) Kassel: Bärenreiter.

Gaines, James R. ジェイムズ、ゲインズ・R.

2005 *Evening in the Palace Reason: Bach meets Frederick the Great in the Age of Enlightenment.* New York: Harper.

2014 日本語訳『「音楽の捧げもの」が生まれた晩 バッハとフリードリヒ大王』
松村 哲哉 (訳) 東京: 白水社.

Geck, Martin ゲック、マルティン

2000 *Johann Sebastian Bach.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

2001 日本語訳『ヨハン・ゼバスティアン・バッハ 第三巻 器楽曲 / 様々な地平』
小林 義武; 鳴海 史生; 大角 欣矢 (訳) 東京: 東京書籍.

Geck, Martin (ed.)

1969 *Bach-Interpretationen: Walter Blankenburg zum 65. Geburtstag*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

2003 *Bachs Musik für Tasteninstrumente*. Dortmund: Klangfarben Musikverlag.

Geiringer, Karl ガイリンガー、カール

1947 *Brahms: his life and work*. London: Allen & Unwin.

1997 日本語訳『ブラームス 生涯と芸術』改訂版. 山根 銀二 (訳) 東京: 芸術現代社.

Geiringer, Karl

1983 “Brahms as a Musicologist.” *The musical quarterly*. 69(4): 463-470.

Gosman, Alan Robert

2000 *Compositional approaches to canons from Ockeghem to Brahms*.
Ph.D.dissertation. Harvard University.

Grout, Donald Jay; Palisca, Claude V. グラウト、ドナルド・ジェイ; パリスカ、クロード・V.

1996 *A history of western music*, 5th ed. New York, London: W.W.Norton & Company.

1998 日本語訳『新 西洋音楽史』戸口 幸策; 津上 英輔; 寺西 基之 (訳) 東京: 音楽之友社.

Hancock, Virginia

1984 “Brahms’ performances of early choral music.” *19th-century music*. 8(2): 125-141.

Heuberger, Richard

1976 *Erinnerungen an Johannes Brahms*. Tutzing: Hans Schneider (reprint) .

Helms, Siegmund

1971 “Johannes Brahms und Johann Sebastian Bach.” *Bach-Jahrbuch*. 57: 13-81.

Hinz, Christophe.

2001 “Éléments d’unification structurelle dans les Variations sur un Thème de Händel de Johannes Brahms.” master’s thesis, Université Laval.

Hofstadter, Douglas R. ホフスタッター、ダグラス・R.

1979 *Gödel, Escher, Bach*. New York: Basic Books.

2005 日本語訳『ゲーデル、エッシャー、バッハ: 20周年記念版』野崎 昭弘; はやし はじめ; 柳瀬 尚紀 (訳) 東京: 白揚社.

Horne, William

- 1989 “Brahms’s Düsseldorf suite study and his intermezzo, opus 116, no.2.” *The musical quarterly*. 73(2) : 249-283.
- 2001 “Brahms’s *Variations on a Hungarian songs*, op.21, no.2: ‘Betrachte dann die Beethovensche und, wenn du willst, meine’.” *Brahms studies*. 3: 47-127.

Hortschansky, Klaus; Musketa, Konstanze (eds.)

- 1995 *Georg Friedrich Hndel: ein Lebensinhalt*. Kassel: Bärenreiter.

Howat, Roy

- 1983 *Debussy in proportion: a musical analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hughes, David G. ヒューズ、デイヴィッド・G.

- 1974 *A history of European music. : the art-music tradition of Western culture*. New York: McGraw-Hill.
- 1984 日本語訳『ヨーロッパ音楽の歴史』ベニテズ、ホアキン・M.; 近藤 譲 (訳) 東京: 朝日出版社.

Ingo, Bredenbach

- 1988 “Missa canonica und Kyrie g-moll von Johannes Brahms: ein Beitrag zur Kanontechnik im Chorwerk von Johannes Brahms.” *Musik und Kirche*. 58 (2, 3): 135-145; 184-192.

Jenner, Gustav

- 1905 *Johannes Brahms als Mensch, Lehrer und Künstler: Studien und Erlebnisse*. Marburg: Elwert’sche Verlagsbuchhandlung.
- 1989 *Johannes Brahms als Mensch, Lehrer und Künstler: Studien und Erlebnisse*. Gräfelfing: Wollenweber (1905 / reprint).

John, Hanna; Ismer, Ursula

- 1995 “Variationsthema von Georg Friedrich Händel in neuer Gestalt: eine Studie zu den Händel-Variationen B-Dur op.24 für Klavier von Joheness Brahms.” in Hortschansky, Klaus; Musketa, Konstanze (eds.) 1995: 297-314.

Johnson, Robert Sherlaw

- 2003 “Composing with fractals.” in Fauvel, John; Flood, Raymond; Wilson, Robin (eds.) 2003: 163-172.

Jonas, Oswald

- 1955 “ ‘Die Variationen für eine liebe Freundin’ von Johannes Brahms.” *Archiv für Musikwissenschaft*. 12: 319-326.

Kalbeck, Max

1908 *Johannes Brahms: I*. Berlin: Deutsche Brahms Gesellschaft.

1976 *Johannes Brahms: I*. Tutzing: Hans Schneider (reprint).

Keller, Hermann

1950 *Die Klavierwerke Bachs: ein Beitrag zu ihrer Geschichte Form, Deutung und Wiedergabe*. Leipzig: Peters.

Kepler, Johannes ケプラー、ヨハネス

1619 *Harmonice Mundi*. Linz: J. Planck.

1940 *Johannes Kepler Gesammelte Werke, Band IV, Harmonice Mundi*.

Caspar, Max (ed.) München: C.H.Beck'sche Verlagsbuchhandlung.

2009 日本語訳『宇宙の調和』岸本 良彦 (訳) 東京: 工作舎.

Kinderman, William

1987 *Beethoven's Diabelli variations*. Oxford: Oxford University Press.

Kirnberger, Johann Phillipp

2010 *Die Kunst des reinen Satzes in der Musik, I / II*. Hildesheim:

Georg Olms Verlag AG. (1777-1779 / reprint)

Koch, Heinrich Christoph

1964 *Musikalisches Lexikon*. Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung
(1802/ reprint).

Kross, Siegfried

1957 "Brahms und der Kanon." in Weise, Dagmar (ed.) 1957: 175-187.

Koh-Lewandowski, Donna D.

1999 *Brahm's early piano variations*. Ph.D.dissertation. Temple University.

Krummacker, Friedhelm; Steinbeck, Wolfram (eds.)

1983 *Brahms-Analysen*. Kassel: Bärenreiter.

Leibniz, Gottfried Wilhelm

1849-1863 *Mathematische Schriften*.: Garhaldt, C. I. (ed.): Halle.

Larsen III, Arved M.

2001 "Berardi, Angelo." Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 3: 301-303.

Lee, Ming-Shung

2003 *A selected study of three variations by Bach, Beethoven, and Brahms*.
Ph.D.dissertation, University of Cincinnati.

Lendvai, Ernő レンドヴァイ、エルネ

1971 *Bartók: an analysis of music*. London: Kahn & Averill.

1978 日本語訳『バルトークの作曲技法』谷本 一之 (訳) 東京: 全音楽譜出版社.

Littlewood, Julian

- 2004 *The variations of Johannes Brahms*. London: Plumbago.

Litzmann, Berthold (ed.)

- 1927 *Clara Schumann, Johannes Brahms: Briefe aus den Jahren 1853-1896*.
Leipzig: Breitkopf & Härtel Verlag.
2012 *Clara Schumann, Johannes Brahms: Briefe aus den Jahren 1853-1896*.
Bremen: Europäischer Literaturverlag GmbH (reprint).

Livio, Mario リヴィオ、マリオ

- 2002 *The golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number*.
Broadway: Broadway Books.
2005 日本語訳『黄金比はすべてを美しくするか？最も謎めいた「比率」をめぐる数学
物語』齊藤 隆央（訳）東京：早川書房.

Loy, Gareth

- 2006 *Musimathics: The mathematical foundations of music*. Cambridge: The MIT
Press.

Lyas, Colin

- 1992 “Intentional fallacy.” Cooper, David E. (ed.) *A companion to aesthetics*. Oxford:
Blackwell: 230-232.

MacDonald, Malcolm

- 2001 *Brahms*. Oxford, United Kingdom: Oxford University Press.

Magrill, Samuel Morse

- 1983 *The principle of variation: a study in the selection of differences with example
from Dallapiccola, J.S.Bach, and Brahms*. D.M.A.dissertation, University of
Illinois.

Mattheson, Johann

- 1739 *Der vollkommene Capellmeister*. Hamburg: Verlegts Christian Herold.
1740 *Grundlage einer Ehren-Pforte*. Hamburg: s.l.
1969 *Grundlage einer Ehren-Pforte*. Schneider, Max (ed.)
Kassel: Bärenreiter-Verlag.
1999 *Der vollkommene Capellmeister*. Ramm, Friederike (ed.)
Kassel: Bärenreiter-Verlag Karl Vötterle GmbH & Co. KG.

Mandelbrot, Benoit B. マンデルブロ、ブノワ・B.

- 1982 *The fractal geometry of nature*. New York: W. H. Freeman and Company.
2011 日本語訳『フラクタル幾何学』広中 平祐（訳）東京：筑摩書房.

Mann, Alfred

- 1958 *The study of fugue*. New Brunswick: Rutgers University Press.

Mann, Alfred; Wilson, J. Kenneth; Urganhart, Peter

- 2001 “Canon.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 5: 1-6.

Mayer, Hans

- 1928 “Der Plan in Brahms’ *Händel-Variationen*.” *Neue Musikzeitung*.
49/11,14, 16: 340-46, 437-45, 503-12.

Metzger, Heinz-Klaus; Riehn, Rainer (eds.)

- 1985 *Musik-Konzepte. Heft 42: Johann Sebastian Bach: Goldberg-Variationen*.
München: Edition text + kritik GmbH.

Meurs, Norbert

- 2008 “‘Bis wir beide recht gescheut geworden sind’ — Brahms und die alte Musik.”
Brahms-Studien. 15: 111-125.

McCorkle, Donald M. (ed.)

- 1976 *Brahms: Variations on a Theme of Haydn, Opp. 56a and 56b*.
New York: W.W.Norton & Company.

McCorkle, Margit L.

- 1984 *Johannes Brahms Thematisch-Bibliographisches Werkverzeichnis*. München:
G.Henle Verlag.

Michels, Ulrich ミヒェルス、ウルリヒ

- 1977/1985 “Barock/Orgel und Klavier III/Deutschland 18. Jh.” *Dtv-Atlas zur Musik*.
München: Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG: Bänd II:
344-345 (zwei Bänden) .
- 1989 日本語版「バロック/オルガンとクラヴィーアⅢ/ドイツ 18 世紀」角倉 一朗 (監
修)『図解音楽事典』東京：白水社: 310-311.
- 2001 “Barock/Orgel und Klavier III/Deutschland 18. Jh.” *Dtv-Atlas zur Musik*.
München: Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG: 310-311
(Gemeinschaftliche Ausgabe) .

Michels, Ulrich ミヒェルス、ウルリヒ

- 1977/1985 “Barock/Orgel und Klavier IV/Bach.” *Dtv-Atlas zur Musik*. München:
Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG: Bänd II: 346-347
(zwei Bänden) .
- 1989 日本語版「バロック/オルガンとクラヴィーアⅣ/バッハ」角倉 一朗 (監修)『図
解音楽事典』東京：白水社: 312-313.
- 2001 “Barock/Orgel und Klavier IV/Bach.” *Dtv-Atlas zur Musik*. München:
Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG: 312-313
(Gemeinschaftliche Ausgabe) .

Misch, Ludwig; Mies, Paul

1967 *Neue Beethoven-Studien und andere Themen*. Bonn: Beethoven-Haus.

Mizler, Lorenz Christoph

1743 *Neu eröffnete musikalische Bibliothek, II*. Leipzig: Mizlerischen
Bücherverlag.

1966 *Neu eröffnete musikalische Bibliothek, II*. Hilversum: Frits Knuf (reprint).

Musgrave, Michael

1985 *The music of Brahms*. London: Routledge & Kegan Paul.

1990 "Schoenberg's Brahms." in Bozarth, George S. (ed.) 1990: 123-137.

Orel, Alfred

1923 "Skizzen zu Joh. Brahms' Haydn-Variationen."
Zeitschrift für Musikwissenschaft. 5(6): 296-315.

Pacun, David E.

1998 *Large-scale form in selected variation sets of Johannes Brahms*.
Ph.D.dissertation, University of Chicago.

Ratner, Leonard G.

1980 "Koch, Heinrich Christoph." Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of
music and musicians* 1st ed. London: Macmillan: 10: 132-133.

Rosenthal, Moriz

2006 *Moriz Rosenthal in word and music: a legacy of the nineteenth century*.
Mitchell, Mark Lindsey; Evans, Allan (eds.) Bloomington: Indiana University
Press.

Rostand, Claude ロスタン、クロード

1978 *Johannes Brahms*. Paris: Librairie Arthème Fayard.

2004 日本語訳『ブラームスの生涯』森 健二 (訳) 神奈川: 青山社.

Rudorff, Ernst

1957 "Johannes Brahms. Erinnerungen und Betrachtungen." *Schweizerische
Musikzeitung* 97: 82-83.

Sachs, Klaus-Jürgen

2000 "Imitation." Finscher, Ludwig (ed.) *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*.
Kassel: Bärenreiter: Sachteil 4: 511-526.

Sams, Eric

1971 "Brahms and his musical love letters." *The musical times*. 112: 329-330.

Schmidt, Christian Martin

2000 "Brahms, Johannes." Finscher, Ludwig (ed.) *Die Musik in Geschichte und
Gegenwart*. Kassel: Bärenreiter: Personenteil 3: 626-716.

Schenker, Heinrich (ed.)

- 1933 *Johannes Brahms: Oktaven und Quinten u. a. aus dem Nachlass*. Wien: Universal Edition.

Schonberg, Arnold シェーンベルク、アルノルト

- 1950 *Style and idea*. New York: Philosophical Library.
1950 *Style and idea*. London: William & Norgate.
1967 *Fundamentals of musical composition*. London: Faber & Faber Ltd.
1971 日本語訳『作曲の基礎技法』山縣 茂太郎; 鳴原 真一 (訳) 東京: 音楽之友社.
1973 日本語訳『音楽の様式と思想』上田 昭 (訳) 東京: 三一書房.

Schuhmacher, Gerhard

- 1985 “Historische Dimensionen in den Händel-Variationen op.24 von Johannes Brahms.” in Berke, Dietrich; Hanemann, Dorothee (eds.) 1985: Band II: 72-77.

Siegele, Ulrich

- 1981 “Erfahrungen bei der Analyse Bachs Instrumentalkonzerten.” in Brinkmann, Reinhold (ed.) 1981: 137-145.
2009 “Taktzahlen der Präludien und Fugen in Sammlungen mit Tastenmusik von J.S.Bach.” in Emans, Reinmar; Steinbeck, Wolfram (eds.) 2009: 77-107.

Sisman, Elaine R.

- 1990 “Brahms and the variation canon.” *19th-century music*. 14(2): 132-153.
2001 “Variations.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 26: 284-326.

Stein, Leon

- 1976 “An analysis of the orchesyral variations.” in McCorkle, Donald M. (ed.) 1976: 168-184. (1944 / reprint)

Street, Alan

- 1987 “The rhetorico-musical structure of the ‘Goldberg’ variations: Bach’s Clavier-Übung and the Institutio oratoria of Quintilian.” *Music analysis*. 6 (1-2): 89-131.

Swinkin, Jeffrey

- 2012 “Variation as thematic actualization: the case of Brahms’s op.9.” *Music analysis*. 31(1): 37-89.

Tatlow, Ruth タトロウ、ルース

- 1991 *Bach and the riddle of number alphabet*. Cambridge: Cambridge University Press.
2011 日本語訳『バッハの暗号』森 夏樹 (訳) 東京: 青土社.

Tatlow, Ruth; Griffiths, Paul

- 2001 “Numbers and music.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 18: 231-236.

Tovey, Donald Francis

- 1989 *Chamber music: essays in musical analysis*. New York: Oxford University Press.

Vetter, Isolde

- 1985 “Johannes Brahms und Joseph Joachim in der Schule der Alten Musik.” in Berke, Dietrich; Hanemann, Dorothee (eds.) 1985: Band I : 460-476.

Wade, David ウェード、デーヴィッド

- 2006 *Symmetry: the ordering principle*. New York: Walker & Co.
2011 日本語訳『シンメトリー 対称性がつむぐ不思議で美しい物語』駒田 曜（訳）
大阪：創元社.

Weise, Dagmar (ed.)

- 1957 *Festschrift Joseph Schmidt-Görg zum 60. Geburtstag*. Bonn: Beethoven-Haus.

Wetschky, Jürgen

- 1967 *Die Kanontechnik in der Instrumentalmusik von Johannes Brahms*. Regensburg: Gustav Bosse Verlag.

White, Harry

- 2001 “Fux, Johann Joseph.” Sadie, Stanley (ed.) *The New Grove dictionary of music and musicians* 2nd ed. London: Macmillan: 9: 365-375.

Wiesenfeldt, Christiane

- 2008 “Reihe, Prozess, Reflexivität: Perspektivenwechsel in Brahms’ Händel-Variationen, op.24.” *Göttinger Händel-Beiträge*. 12: 235-255.

Wimsatt, William K.

- 1954 *The verbal icon: studies in the meanings of poetry*. Kentucky: University Press of Kentucky.

Wolff, Christoph

- 1969 “Ordnungsprinzipien in den Originaldrucken Bachscher Werke.” in Geck, Martin (ed.) 1969: 144-167.

Wolff, Christoph ヴォルフ、クリストフ

- 2000 *Johann Sebastian Bach: the learned musician*. New York: W.W.Norton.
2004 日本語訳『ヨハン・セバスティアン・バッハ 学識ある音楽家』秋元 里予（訳）
東京：春秋社.

Wollenberg, Susan

- 2003 “Music and mathematics: an overview.” *in* Fauvel, John; Flood, Raymond; Wilson, Robin (eds.) 2003: 1-9.

Yearsley, David G.

- 2002 *Bach and the meanings of counterpoint*. Cambridge. U.K.: Cambridge University Press.

Zenck, Martin

- 1985 “Bach, der Progressive: Die Goldberg-Variationen in der Perspektive von Beethovens Diabelli-Variationen.” *in* Metzger, Heinz-Klaus; Riehn, Rainer (eds.) 1985: 29-92.

礪山 雅; 小林 義武; 鳴海 史生

- 1996 『バッハ事典』東京: 東京書籍.

小川 泰; 三浦 公亮; 増成 隆士; 三田村 峻右; Nagy, Dénes ナジ、デーネシュ (監訳)

- 1996 *Katachi “U” Symmetry*. Tokyo: Springer-Verlag.

- 2003 日本語訳『形とシンメトリーの饗宴』東京: 森北出版.

柴田 南雄

- 1967 『西洋音楽史 印象派以後』東京: 音楽之友社.

角倉 一朗

- 1982 「バッハ」下中 直也 (編)『音楽大事典』東京: 平凡社: 3: 1869-1897.

- 1983 「変奏曲」下中 直也 (編)『音楽大事典』東京: 平凡社: 5: 2307-2309.

- 1983 「模倣」下中 直也 (編)『音楽大事典』東京: 平凡社: 5: 2591-2592.

高安 秀樹 (編著)

- 1987 『フラクタル科学』東京: 朝倉書店.

徳丸 吉彦

- 1982 「分析」下中 直也 (編)『音楽大事典』東京: 平凡社: 4: 2215-2216.

- 2008 『音楽とはなにか—理論と実践の現場から』東京: 岩波書店.

西原 稔

- 2006 『ブラームス』東京: 音楽之友社.

日本数学会 (編)

- 2007 「フラクタル」日本数学会 (編)『岩波 数学辞典 第4版』東京: 岩波書店: 410.

日本ブラームス協会 (編)

- 1997 『ブラームスの「実像」』東京: 音楽之友社.

服部 幸三

- 1966 「パレストリーナ」浅香 淳 (編)『標準音楽辞典』東京: 音楽之友社: 936-940.

本田 脩

- 1997 「変貌するブラームス像—その内面的、外在的意味—」 *in* 日本ブラームス協会 (編)
1997: 195-210.

松本 勝男; 皆川 達夫

- 1982 「定量記譜法」 下中 直也 (編) 『音楽大事典』 東京: 平凡社: 3: 1541-1547.

三島 理

- 2012 「ブラームスの《シューマンの主題による変奏曲》 op.9 におけるカノン—序数と度数の法則性に着目して—」 『音楽文化研究』 11: 15-20.

山田 忠雄 (編)

- 1997 「合同」 山田 忠雄 (編) 『新明解国語辞典 第五版』 東京: 三省堂: 464-465.

吉田 正昭

- 1981 「尺度」 藤永 保 (編) 『新版心理学事典』 東京: 平凡社: 357-358.

渡 鏡子

- 1981 「音程」 下中 直也 (編) 『音楽大事典』 東京: 平凡社: 1: 482-486.
1982 「主題」 下中 直也 (編) 『音楽大事典』 東京: 平凡社: 3: 1113-1115.

使用楽譜

Bach, Johann Sebastian

- 1968 *Joh. Seb. Bach's Clavierwerke*. Leipzig: Bach-Gesellschaft: Band 1.
1968 *Joh. Seb. Bach's Orgelwerke*. Leipzig: Bach-Gesellschaft: Band 1.

Beethoven, Ludwig van

- 1989 *Variationen für Klavier*: München: G. Henle Verlag: Band II.

Brahms, Johannes

- 1926-1927 *Sämtliche Werke: Ausgabe der Gesellschaft der Musikfreunde in Wien*.
Wiesbaden: Breitkopf & Härtel.
1996- *Neue Ausgabe sämtlicher Werke*. München: G. Henle Verlag.

Fux, Johann Joseph

- 1959 *Messen*. Graz: Akademische Druck- U. Verlagsanstalt: Band I.

Händel, Georg Friedrich

- 1970 *Zweite Sammlung von 1733*. Kassel: Bärenreiter.

Ockeghem, Johannes

- 1996 *Masses and mass sections*. Utrecht: Koninklijk Vereniging voor Nederlandse
Musiekgeschiedenis: 4.

Palestrina, Giovanni Pierluigi da

1939 *Le opere complete di Giovanni Pierluigi da Palestrina*. Roma: Edizione Fratelli
Scalera: Volume VI.

Schumann, Clara

1987 *Ausgewählte Klavierwerke*. München: G. Henle Verlag.

Schumann, Robert

1991- *Neue Ausgabe sämtlicher Werke*. Mainz: Schott.

Appendix①：ケプラーによる弦の調和的な分割

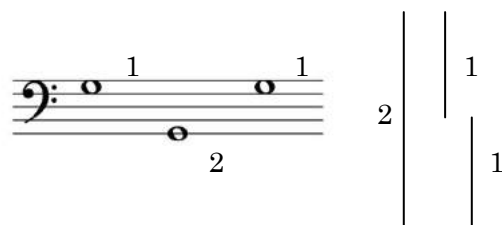
ケプラー、ヨハネス Kepler, Johannes 1571-1630 による弦の調和的な分割は、筆者が音程比を全体と部分の比率、及び部分同士の比率として考察する上で参照にし、非常に有用であるため、合わせて見ていただきたい。

ケプラーの『宇宙の調和 *Harmonice mundi* 』（1619）の中で、オクターヴの協和音程としての比率は、惑星の角速度間の比率と類似していると認められていた（Tatlow 2001: 232.）。このことは、音楽における協和音程の比率と、天体の動きとの関連が、自然科学の面から認められていたことを示している。

ケプラーの『宇宙の調和』には、弦の調和的な分割の仕方が、譜例と図によって、7つ記されている（ケプラー 2009: 152-160.）。それらを示す（図 A-1）。

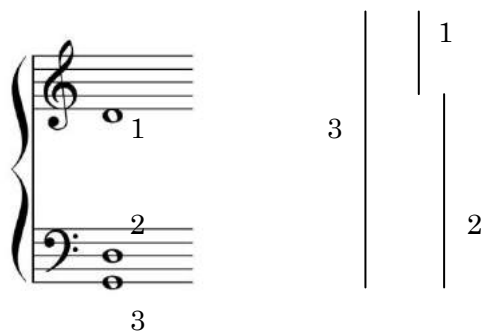
図 A-1：ケプラーによる弦の調和的な分割の仕方

①弦を2等分する分割の仕方は調和的である。



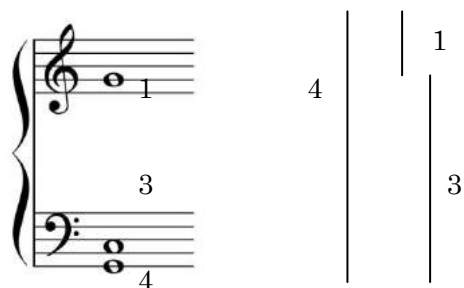
譜例より、弦の全体と部分の比率は「2：1」すなわち完全8度音程、部分同士の比率は「1：1」すなわち完全1度音程であると解釈できる。

②弦を2倍の比になるような2つの部分に分ける分割の仕方は調和的である。



譜例より、弦の全体と部分の比率は「3：2」「3：1」すなわち完全5度 + オクターヴ音程、部分同士の比率は「2：1」すなわち完全8度音程であると解釈できる。

③弦を互いに 3 倍の比になるような 2 つの部分に分ける分割の仕方は調和的である。



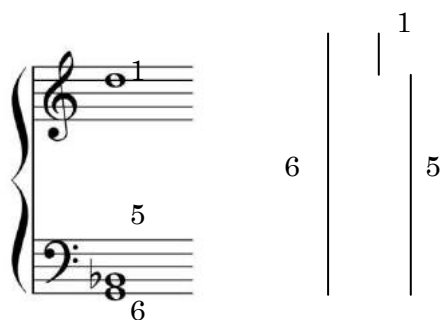
譜例より、弦の全体と部分の比率は「4:3」すなわち完全 4 度音程、「4:1」すなわちオクターヴ音程、部分同士の比率は「3:1」すなわち完全 5 度 + オクターヴ音程であると解釈できる。

④弦を互いに 4 倍の比になるような 2 つの部分に分ける分割の仕方は調和的である。



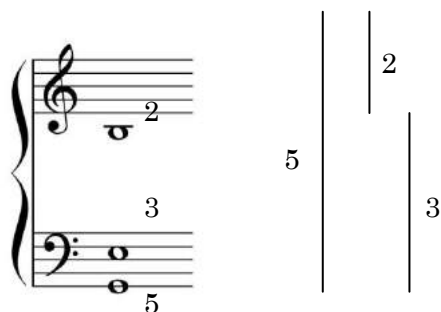
譜例より、弦の全体と部分の比率は「5:4」「5:1」すなわち長 3 度 + オクターヴ音程、部分同士の比率は「4:1」すなわちオクターヴ音程であると解釈できる。

⑤弦を互いに 5 倍の比になるような 2 つの部分に分ける分割の仕方は調和的である。



譜例より、弦の全体と部分の比率は「 $6:5$ 」すなわち短 3 度音程、「 $6:1$ 」すなわち完全 5 度 + オクターヴ音程、部分同士の比率は「 $5:1$ 」すなわち長 3 度 + オクターヴ音程であると解釈できる。

⑥弦を互いに 1 倍半の比になるような 2 つの部分に分かつ分割の仕方は調和的である。



譜例より、弦の全体と部分の比率は「 $5:3$ 」すなわち長 6 度音程、「 $5:2$ 」すなわち長 3 度 + オクターヴ音程、部分同士の比率は「 $3:2$ 」すなわち完全 5 度音程であると解釈できる。

⑦弦を互いに 1 と $2/3$ つまり 3 対 5 の比になるような 2 つの部分に分ける分割の仕方は調和的である。



譜例より、弦の全体と部分の比率は「 $8:5$ 」すなわち短 6 度音程、「 $8:3$ 」すなわち完全 4 度 + オクターヴ音程、部分同士の比率は「 $5:3$ 」すなわち長 6 度音程であると解釈できる。

このように、ケプラーの著作の中の弦の調和的な分割において、全体と部分の比率と、部分同士の比率の両方の比率を検討することが可能であることが譜例と図によって示されている。本論文の中の分析においても、これらの両方の比率を考察することができる。

う。そして、これらの比率の妥当性は、自然科学の面からも認められていたと見ることができる。

Appendix②：ブラームスの op.21-1 と op.21-2 のペアの作品に見られる数的構造の類似

本論文では、op.21-1 と op.21-2 に関して、カノンの配置に数的な関係が見られることを指摘した。それに関連して、op.21-1 と op.21-2 のペアの作品に見られる数的な構造の類似性を見出す。この Appendix②においてそれを指摘する。

op.21-1 と op.21-2 はペアの作品であると解釈される。op.21-1 と op.21-2 は、「1 つの大きなグループに限定された短調の変奏、旋律またはフィギュレーションの速度による長調の変奏の多くの関連、そして最初の変奏を作り直したものを含んだ終曲 (Sisman 1990: 144.)」などによって、明らかなペアの構想を持つものとされている (Sisman 1990: 144.)。

指摘されたように、この 2 つの作品は、変奏の調性によるグループを持つが、加えて変奏の拍子によるグループを持つ。そこで、op.21-1 と op.21-2 を、主題の調性と異なる調性の変奏のグループの配置と、主題の拍子と異なる拍子の変奏のグループの配置という観点から数的に考察しよう。(図 A-2)

図 A-2：op.21-1 の中の変奏の調性と拍子によるグループの配置

| op.21-1 | 調性 | 拍子 | | |
|------------------|----|-----|---------------|---|
| Thema | D: | 3/8 | | |
| Var. 1 | D: | 3/8 | -----↑ | |
| Var. 2 | D: | 3/8 | | |
| Var. 3 | D: | 3/8 | | |
| Var. 4 | D: | 3/8 | | |
| Var. 5 | D: | 3/8 | 完全 5 度下の反行カノン | 1/3 |
| Var. 6 | D: | 3/8 | ↑ | 1/2 |
| Var. 7 | D: | 2/4 | | |
| Var. 8 | d: | 2/4 | 下に 8 番目の変奏 | |
| Var. 9 | d: | 2/4 | | |
| Var. 10 | d: | 2/4 | | 5/6 |
| Var.11 (Var. 11) | D: | 3/8 | | |
| (Var. 12) | D: | 3/8 | 完全 8 度下の模倣 | 1/1 |

まず、拍子の異なる変奏のグループである 2/4 拍子のグループが始まる位置は、全 12 変奏のうち 1/2 の位置である第 6 変奏と第 7 変奏の境目 ($6/12 = 1/2$) であることに注目しよ

う。そして、調性の異なる変奏のグループである d-moll のグループは、全体の 5/6 までの位置に置かれている。すなわち第 8 変奏から、第 10 変奏と終曲の境目 ($10/12 = 5/6$) までの間のグループである。

そして、第 5 変奏のカノンは、基数と順序数の数え方より、4.0 から 5.0 の値に位置すると考えられる。従って、この数え方に従ってその値を 4.0 と解釈すれば、第 5 変奏のカノンは、第 4 変奏と第 5 変奏の境目 ($4/12 = 1/3$)、すなわち第 5 変奏の始まりに位置すると捉えられるだろう。

「第 12 変奏」の模倣書法による変奏は、全体の最後 ($12/12 = 1/1$) に位置する。

op.21-1 の全体の 1/3、1/2、5/6、1/1 という数的に単純な比率の位置に、重要な境目が置かれていることが分かるだろう。

同様に op.21-2 についても検討しよう (図 A-3)。

図 A-3 : op.21-2 の中の変奏の調性と拍子によるグループの配置

| op.21-2 | 調性 | 拍子 | |
|-------------------|----|-------|--|
| Thema | D: | 3/4 C | |
| Var. 1 | d: | 3/4 C | |
| Var. 2 | d: | 3/4 C | |
| Var. 3 | d: | 3/4 C | |
| Var. 4 | d: | 3/4 C | 自由模倣 |
| Var. 5 | d: | 3/4 C | |
| Var. 6 | d: | 3/4 C | 1/3 |
| Var. 7 | D: | 3/4 C | |
| Var. 8 | D: | 3/4 C | |
| Var. 9 | D: | 6/8 | 1/2 |
| Var. 10 | D: | 2/4 | |
| Var. 11 | D: | 2/4 | |
| Var. 12 | D: | 2/4 | |
| Var. 13 | D: | 2/4 | |
| Allegro (Var. 14) | D: | 2/4 | |
| (Var. 15) | D: | 2/4 | 下に 3 番目の変奏 5/6 |
| (Var. 16) | b: | 2/4 | 短 3 度下のカノン→長 3 度下のカノン |
| (Var. 17) | D: | 2/4 | 完全 8 度のカノン |
| (Var. 18) | D: | 3/4 C | |

まず、拍子の異なる変奏のグループである 2/4 拍子のグループの始まりは、全 18 変奏の

うち $1/2$ の位置である第 9 変奏と第 10 変奏の境目 ($9/18 = 1/2$) に位置する。そして、調性の異なる変奏のグループである d-moll のグループは、全体の $1/3$ までの位置に置かれている。すなわち、楽曲の出発点の第 1 変奏から、第 6 変奏と第 7 変奏の境目 ($6/18 = 1/3$) までのグループである。

そして、「第 16 変奏」のカノンは、基数と順序数の数え方より、15.0 から 16.0 の値に位置すると考えられる。従って、この数え方に従ってその値を 15.0 と解釈するならば、「第 16 変奏」のカノンは、「第 15 変奏」と「第 16 変奏」の境目 ($15/18 = 5/6$)、すなわち「第 16 変奏」の始まりに位置すると捉えられるだろう。

op.21-2 の全体の $1/3$ 、 $1/2$ 、 $5/6$ という数的に単純な比率の位置に、重要な境目が置かれていることが分かる。

op.21-1 と op.21-2 の数的な構造には類似点があると見ることができるだろう。つまり、この 2 つの作品は、全体の 2 等分である $1/2$ 、3 等分である $1/3$ 、そしてそれらの乗法である 6 等分すなわち $5/6$ の位置には重要な境目があるという数的な構造を持っている。

いずれの作品も、全体の 2 等分である $1/2$ の位置には拍子の隔たりによる境目が置かれていることは明らかである。そして、op.21-1 の全体の 3 等分である $1/3$ の位置にはカノンが、op.21-2 の全体の 3 等分である $1/3$ の位置には調性の隔たりによる境目が置かれている。それに対して、op.21-1 の全体の 6 等分である $5/6$ の位置には調性と拍子の隔たりによる境目が、op.21-2 の全体の 6 等分である $5/6$ の位置にはカノンが置かれており、対称性を成している。

このように、op.21-1 の全体の $1/3$ の位置にはカノン、全体の $1/2$ の位置には拍子の隔たりによる境目、全体の $5/6$ の位置には調性と拍子の隔たりによる境目が置かれているのに対して、op.21-2 の全体の $1/3$ の位置には調性の隔たりによる境目、全体の $1/2$ の位置には拍子の隔たりによる境目、全体の $5/6$ の位置にはカノンが置かれている。これらの変奏の配置という点で op.21-1 と op.21-2 が数的に対称性を持ったペアであると述べることもできるだろうⁱ。

Appendix③：ブラームスの op.56b の主題構造と楽曲の全体構造との間の自己相似性を持つフラクタル的な数的関係

1. はじめに

ここでは op.56b について、その主題構造と楽曲の全体構造との間に自己相似性を持つフラクタル的な数的関係を指摘する。本論文の中に、これを述べるのに適当な項を見出せなかったため、この Appendix③において言及する。

2. フラクタルとは

ここでは、フラクタルという用語について説明する。高安はフラクタルを次のように定義している。

一言でいえば、フラクタルとは自己相似性を有するもののことであり、自己相似性とは部分を拡大すると全体と同じような構造になるような性質のことである。観測の尺度を変えても見え方が変わらないようなものといってもよい（高安 1987: 2.）。

つまり、フラクタルとは自己相似性を有するもののことである。自己相似性とは、それに含まれる各部分が全体と同じような構造を持つ性質のことである。

フラクタルの概念の提唱者である Mandelbrot, Benoit B. 1924-2010 によれば、自己相似の概念は古くから存在する概念で、ライプニツ、ゴットフリート・ヴィルヘルム Leibniz, Gottfried Wilhelm 1646-1716 も指摘している（Mandelbrot 1982: 19.）。自己相似によるライプニツの直線の概念を以下に引用する。

直線とは、そのどの部分をとっても全体に相似した曲線のことである（Leibniz 1849: II: 1: 185., Mandelbrot 1982: 419. 邦訳：三島.）。

このように、部分を拡大すると全体と同じような構造になる自己相似の概念がフラクタルの概念の根幹であり、それは18世紀の数学において認められていたことが明らかである。

3. 《ゴルトベルク変奏曲》におけるフラクタル的構造

部分を拡大すると全体と同じような構造になる自己相似性は、ブラームスが自身の変奏曲作品の手本としたバッハの《ゴルトベルク変奏曲》において見出すことができる。すなわち、その部分である主題の構造は「16 + 16」小節であり、その全体の構造は「16 + 16」曲である（本論文の第3章の pp.56-57 参照.）。これは、自己相似性を持つフラクタル的な構造と解釈できる。

ただし、数学におけるフラクタル構造は元来、より厳格なもので、「図形のどんな一部分

も全体と同じ複雑さを有すること（日本数学会 2007: 410.）」が指摘される。《ゴルトベルク変奏曲》における自己相似は、どんな一部分も全体に反映されるものではない。つまり当該作品において、主題と変奏の各楽曲のほとんどは「16 + 16」小節及びその比率を保っているが、その第 16 変奏においては「16 + 32」小節を示す。このように例外を含むため、これは厳密なフラクタル構造であると言うよりは、自己相似性の概念を持つフラクタル的な構造であると言うにとどめるⁱⁱ。

4. ブラームスの op.56b におけるフラクタル的構造

ここでは、ブラームスの op.56b もまた、彼が変奏曲作品の手本とした《ゴルトベルク変奏曲》と同様の、自己相似のフラクタル的構造を持つことを指摘する。すなわち、op.56b においてその主題構造と楽曲の全体構造が同じ構造を持つ自己相似性を示す。

4-1. op.56b の主題構造

ここでは、op.56b の主題の楽節構造を先行研究より明らかにする。

主題は、A :||: B A' :|| の ABA'形式である。シェーンベルクが述べているように、この主題の構成は不規則であり、A の部分は 10 小節という非典型的な長さのピリオド構成から出来ている（シェーンベルク 1973: 207.）。これは、《ゴルトベルク変奏曲》が典型的な均等の楽節構造「16 + 16」小節を持つことと対照的である。

Pacun、Orel によれば、A の部分が 10（5 + 5）小節、B の部分が 8（4 + 4）小節、A の部分が回帰する A' の部分は 5 小節、コーダの部分は 7（4 + 3）小節となっている（Pacun 1998: 121-122., Orel 1923: 312.）（図 A-3; 譜例 A-1）。

図 A-3 : 最初に出現する主題の構成

$$10 (5 + 5) + 8 (4 + 4) + \underline{5 + 7} (4 + 3)$$

1 小節重なっている

譜例 A-1 : op.56b の最初に出現する主題の構成

譜例 A-1-1 : 主題の A の部分「5 + 5」



5



譜例 A-1-2 : 主題の B の部分「4 + 4」

4



4



譜例 A-1-3 : 主題の A' の部分「5」

5



コード : 4 (5) 重なり 3



A'の部分の最後の1小節とコードの部分の最初の1小節は1小節分重なっているため、A'とコードの2つの部分を明確に区分することは困難である。従って、A'とコードの部分は11小節で構成されており、この11小節は8小節と終止の和音の3小節に区分すると見ることができる iii (図 A-4)。

$$10 \quad (5 + 5) \quad + 8 \quad (4 + 4) \quad + 8 + 3$$

従って、A'とコードの部分は9小節とその最後の1小節が3小節に引き延ばされた形で構成されていると解釈できる（図A-5）。

$$10 \quad (5 + 5) \quad + 8 \quad (4 + 4) \quad + 9 \quad (+ 3)$$

192

3 小節分引き延ばされたものであるか、という 2 つの観点が確認できる。

前者において主題の不規則な構成が明確に区分されており（「10 + 8 + 8 + 3」：全 29 小節.）、後者において引き延ばされた終止の和音を除いた実質上の主題構成が表されている（「10 + 8 + 9」：実質上の主題構成 27 小節.）。

4-2. op.56b の全体構造

op.56b の実質上の主題構造は、27 小節を「10 (5 + 5) + 8 (4 + 4) + 9 (+ 3)」に分割するものであるが、最後の「3」小節は終止の主和音の単なる同音連打であるため除外している。これに対して、op.56b の楽曲の全体構造は「(1 + 8) + 8 (4 + 4) + 10 (5 + 5)」に区分できる。すなわち、主題と変奏曲の「1 + 8」ユニット、パッサカリアの前半部分の「8 (4 + 4)」ユニット、パッサカリアの中間部と後半部分の「10 (5 + 5)」ユニットである。

4-3. op.56b の主題構造と全体構造の自己相似性

主題構造を楽曲の全体構造に逆行させ拡大させたかのような自己相似の概念を持つフラクタル的な数的関係を見出せるであろう。すなわち、主題構造は「10 (5 + 5) + 8 (4 + 4) + 9」であり、楽曲の全体構造は「9 + 8 (4 + 4) + 10 (5 + 5)」である。この数的関係が、《ゴルトベルク変奏曲》における主題構造「16 + 16」と楽曲の全体構造「16 + 16」との間の自己相似の概念によるフラクタル的な数的関係と類似していることは、ブラームスが《ゴルトベルク変奏曲》を自身の変奏曲作品の手本としていたことと符合する。

4-4. op.56b に関するブラームスの発言とフラクタル的構造

ブラームス自身は、ルドルフ、エルンスト Rudorff, Ernst 1840-1916 に対して、変奏曲一般について次のような意見を述べている。

変奏曲には 2 つの方法がある。1 つは、全体の受ける損害はなしに、好きなように 1 つのまたは別の、さらに複数の変奏を除外できるようなものである。私 [ブラームス] はこのタイプを、「干し草の山」と呼ぶ。このようなものは、例えば、私の《ヘンデル変奏曲》[op.24] である。もう 1 つの方法は、構築物からたった 1 つの石を取り除いただけで全体に損害を与えるような特徴において傑出している。ベートーヴェンの c-moll と Es-dur のピアノ変奏曲 [WoO80 と op.35] も、それ以後の全ての彼の变奏曲、彼のソナタや交響曲の変奏楽章もまた、後者に属している (Rudorff 1957 : 82-83. 邦訳 : 三島.)。

なお、ブラームスは間違いなく自身の op.56 を 2 つ目のカテゴリーに含めていたようだ、と彼は付け加えている (Rudorff 1957: 83.)。

ここでブラームスが述べる「構築物」とは、具体的に何を指すかは明確ではない。Sisman

は、ブラームスのこの「構築物」や「1つの石」という言葉と、彼の変奏曲についての書簡の中の「建築士」というヨアヒムの言葉（本論文の第3章の注釈9を参照せよ。）を、建築上の比喩表現として結びつけている（Sisman 1990: 141.）。ブラームスが入念に研究していたマッテゾンの『完全なる楽長』における建築上の比喩表現が、Tatlow の主張するように作曲上の数字の使用を強く示唆するのだとすれば（本論文の第2章の pp.11-12 を参照.）、この「構築物」という言葉を楽節および楽曲全体の数的な構造と解釈し、次のような指摘をすることも可能であろう。

上記のような、ブラームスの op.56b において見られるバッハの《ゴルトベルク変奏曲》と同様の自己相似性を持つフラクタル的な数的関係は、指摘されるような「構築物からたった1つの石をとっただけで全体に損害を与えるような特徴」の、ある1つの側面を持っていることが示唆される。なぜなら、その主題構造と楽曲の全体構造との自己相似性を持つフラクタル的な数的関係は、もし楽曲全体から1つの石（1小節あるいは1変奏）を取り除いた場合、成立しなくなるからである。言い換えるならば、op.56b に見られるような自己相似性を持つフラクタル的な構造こそまさに、数的な構造を持つ構築物からたった1つの石をとっただけで全体に損害を与えるような特徴を持つと言及できる。そして、自己相似性を持つフラクタル的な構造は《ゴルトベルク変奏曲》においても見られた構造であり、ブラームスはこの作品を変奏曲作品の手本としている。

さらにこのことを示すように、以下のことを指摘する。ブラームスが自身の op.24 を「全体の受ける損害はなしに、好きなように1つのまたは別の、さらに複数の変奏を除外できるようなもの」と呼んだことは、op.24 の DIRS の数的関係においてはいくつかのずれ・例外が見られ、ブラームス自身が当該作品の中で2つの変奏の交換も行っていること（第5章参照.）と符合する。

筆者はこのように、ブラームスの op.56b においてその主題構造と楽曲の全体構造との間に自己相似性を持つフラクタル的な数的関係を指摘する。

5. フラクタル的構造における op.56b の主題構造の不規則性と《ゴルトベルク変奏曲》の主題構造の規則性について

次に、フラクタル的構造における op.56b の不規則的な主題構造と、《ゴルトベルク変奏曲》における規則的な主題構造について述べる。

op.56b の主題において異なった長さのフレーズが生じ、主題構成が不規則になることは、フレーズ内部の部分が拡大されたり、圧縮されたり、省略されたりするためであり（シェーンベルク 1973: 51.）、A'とコーダの部分はAの部分が拡大されたものである（シェーンベルク 1973: 207.）。シェーンベルクは『音楽の様式と思想 *Style and idea*』の中の「革新主義者ブラームス *Brahms the Progressive*」において、優れた作曲家はフレーズ構成の不規則性を体系化し、それを組織化の1つの構成原理とする、と指摘している（Schonberg 1950: *Philosophical Library*: 70.）。この言及はまさに、主題構造の不規則性を楽曲の全体

構造に反映させ、組織化の構成原理とする、自己相似のフラクタル的構造の一側面を表している。

また、シェーンベルクはブラームスの《ハイドンの主題による変奏曲》op.56 を例に挙げ、変奏曲形式とその主題構造の不規則性・変則性について次のように述べている。

形式の最も重要な機能は、我々の楽曲に対する理解を推進することである。(中略) 形式とは本来、たやすく理解できる方法で着想を表現するための組織化のことである。(中略) 楽曲の組織化は、聴き手がその着想を心に留め、その展開、成長、労作、結果を追っていくことを助けるのである。(中略) 記憶しておくことを除外して、我々は変奏曲をどのように理解できるのか [記憶しておくことを除外して変奏曲を理解することなどできない]。ある作曲家が自分の作品を「X [主題] による変奏曲」と名付けるということは、彼は明らかに、変奏の全てを、彼が選んだ主題から派生したもの [彼が選んだ主題に由来するもの] として我々に理解してもらいたい、ということなのである。ブラームスの変奏曲 [op.56] のハイドンの主題は、その A セクションが 10 小節のピリオド構成で成り立っており、第 1 セクションにおいて特徴的な再分割が行われている。このことは、後に続く変奏を見ても容易に認められる。(中略) この曲を初めて聞いた時に、ブラームスが 5 小節のセクションの不規則性を取り扱う多くの手法や、和声的、対位法的な組み合わせといった彼の変奏技法の素晴らしい点の全てを、誰もが理解できるものではない。おそらく、これらの全てを一度で理解することは、音楽に対する適切な反応として必須であるわけではないかもしれない。しかし、そうしたことが、作曲家自身が我々に伝えたいことに対するよいアプローチであることは疑いがない。(中略) 基準からの独特な逸脱、すなわち不規則性は、偉大な着想という無人地帯の中の指標となるだろう (Schonberg 1950: Philosophical Library:149-151. 邦訳：三島. [], 下線は筆者による.)。

op.56b の主題構造の基準から逸脱したような不規則性は体系化され、組織化の 1 つの構成原理になり、着想の指標の役目を果たしているのだろう。それは、筆者は op.56b の主題構造と楽曲全体の構造の間の自己相似のフラクタル的な数的関係の一側面を示す。このことは、《ゴルトベルク変奏曲》の主題構造の規則性が体系化され、組織化の 1 つの構成原理となり、着想の指標の役目を果たしていることと同様である。フラクタル的構造においては、その部分構造である主題構造が規則的であろうとも不規則的であろうとも、それが楽曲全体に反映され、派生していくことには変わりはなく、自己相似性を示す。

前述のルドルフは、ブラームスの op.56 について興味深い指摘をしている。以下に引用する。

(前略) 他の巨匠にはただの 1 つも見られないのだが、ブラームスが自身の作品を

明らかに他人のモチーフの上に構築していることはしばしばである；そしてそうした作品は、全体として彼が創り出した最も美しいものの大部分となっている。他人の主題に基礎を成している変奏曲においては、まず何よりも、上記の《ハイドン変奏曲》op.56 が挙げられるべきある。[続いて、彼はブラームスの変奏曲作品の op.24、op.9、op.21-2、op.35 と op.23 を挙げている。]（後略）（Rudorff 1957: 86. 邦訳：三島. [] は筆者による.）。

このように、ブラームスが他人の主題のモチーフの上に自身の作品を創り出すことは、しばしばである。その第一の実例として、op.56 が挙げられる。その主題のモチーフに着目するならば、変奏曲作品において、主題の楽節構造が非常に重要な要素であることは言うまでもないことであり、その数的な構造の不規則性に注目することは自然なことであろう。そして op.56b において、変奏曲の主題の不規則的な数的構造を楽曲全体の数的構造に反映し、自己相似性を持つフラクタル的な構造を構成しているとすれば、それは他人の主題を基に自身の作品を組み立てるという考えに符合するものである。

さらに付け加えることとして、以下のことを述べる。op.56b の主題構造及び楽曲の全体構造の「10 (5 + 5) + 8 (4 + 4) + (8 + 1)」、すなわち 5 小節と 8 小節、5 変奏と 8 変奏からなる数的構造は、すでに本論文の第 5 章にて指摘したような、op.56b の中の第 8 変奏の DIRS の 5 度と 8 度の音程（第 5 章参照.）と呼応するのかもしれない。さらに非常に興味深いことに、op.56b の中の DIRS の 5 度と 8 度の音程を持つ第 8 変奏は、全体のユニットの「9/27」の位置、すなわち「1/3」の位置であり、その比率は明らかに 5 度と 8 度の音程比を示す（これは音程比・RIRS の観点である。 op.24 と op.35 において見られた、その主題構成と模倣の音程に関する数的な関係が op.56b においても一部継続して見られるだろう.）。このような観点からも、op.56b の主題の不規則な構成は、楽曲全体を組織化する 1 つの構成原理になっていると言えるかもしれない。

楽曲におけるこうしたフラクタル的な数的思考は、今後追求することが望まれるテーマであろう。筆者もさらに研究を進めることを考えている。

Appendix④：ブラームスのピアノ変奏曲作品における反行の模倣の音程と順行の模倣の音程との間の数的関係

筆者はブラームスのピアノ変奏曲作品において、反行の模倣の音程と順行の模倣の音程との間の数的関係を指摘するが、本論文の中に、これを述べるのに適当な項を見出せなかったため、この Appendix④において言及する。

ブラームスが自身の変奏曲作品の手本としたバッハの《ゴルトベルク変奏曲》においては、1 度の音程から 9 度の音程まで配列されたカノンのうち、4 度と 5 度の音程のカノンの

みが反行カノンであり、その他はすべて順行カノンである。1 オクターヴを 2 分する転回音程の 4 度と 5 度の音程においてのみ、反行カノンが配置されていることは注目される^{iv}。

ブラームスの変奏曲作品は《ゴルトベルク変奏曲》を手本としていたとするならば、彼の変奏曲作品において、反行の模倣の音程と、順行の模倣の音程との間には数的関係が見出されないのだろうか。とりわけ、転回音程のようなお互いに対比する音程に注目する。

以下に、ブラームスの変奏曲作品における反行の模倣の音程と、順行の模倣のみ行われる音程を対比して一覧表にする（表 A-1）。

表 A-1 のように、ブラームスの変奏曲作品において、反行の模倣の音程は 3 度、5 度、7 度、8 度のみであり、対して順行の模倣のみ行われる音程は 1 度、2 度、4 度、6 度である。お互いが転回音程のような対比する音程であり、お互いを補完するように 1 オクターヴ間の全ての音程を構成することは明らかである。反行の模倣の 3 度の音程に対して順行の模倣の 6 度の音程、同様に 5 度に対して 4 度、7 度に対して 2 度、8 度に対して 1 度と、厳密な転回音程とはいえないまでも、お互いに対比する音程を形作っている。

このように、反行の模倣の音程に注目しても、《ゴルトベルク変奏曲》に類似した数的関係が見出されるであろう。

表 A-1: ブラームスの変奏曲作品における反行の模倣の音程と、順行の模倣のみ行われる音程の対比

| 反行の模倣の音程 | 順行の模倣のみ行われる音程 |
|---|---|
| 長 3 度、短 3 度 (op.9 の Ver.10) | 長 6 度、短 6 度 (op.9 の Ver.15、op.35 第 1 巻の Ver.10) |
| 完全 5 度 (op.21-1 の Ver.5、op.35 第 1 巻の Ver.2、op.35 第 2 巻の Ver.8、op.56b の Ver.8) | 完全 4 度、増 4 度 (op.24 の第 26 部分、Ver.16) |
| 減 7 度 (op.9 の Ver.10) | 長 2 度、短 2 度 (op.9 の Ver.14、op.56b 終曲の 14 番目の繰り返し) |
| 完全 8 度 (op.24 の Ver.6、op.35 第 2 巻の Ver.8) | 完全 1 度、増 1 度 (op.35 などの中の多くの変奏、op.24 の Ver.9) |

i 本論文の第 5 章の pp.98-102 にて示したように、op.21-1 と op.21-2 において、カノンの途中からカノンのドックスとコメスの時間差が半分になるという共通点があることもまた、ペアという考えに適合しているであろう。

ii 同じ自己相似のフラクタルの概念を使っているとはいえ、フラクタル数学の関数を使用した 20 世紀以降の作曲法 (Johnson 2003 を参照。) は、筆者の指摘するものとは異なるものである。

-
- iii Tovey 1989 においてこの 11 小節は「 $4 + 2 + 2 + 3$ 」、MacDonald 2001 においてこの 11 小節は「 $4 + 4 + 3$ 」である。Stein 1976 においては「 $5 + 7 (2 + 2 + 3)$ 」であり、この「5」と「7」は 1 小節重なっている (Tovey 1989: 243., MacDonald 2001: 216-217., Stein 1976: 170-171.)。
- iv Breig は、《ゴルトベルク変奏曲》における反行カノンなどの配置の、転回音程による構成について詳細に検討している (Breig 1975)。

謝辞

本論文を執筆するにあたり、多くの先生方にご指導とご助言を賜りました。聖徳大学大学院音楽文化研究科長の高橋大海教授、指導教官である徳丸吉彦教授、ならびに高松晃子教授に、心より感謝申し上げます。また、原沢康明教授、山本まり子教授、小栗克己准教授には、多くのご示唆をいただきました。本研究を支えてくださった聖徳大学音楽学部の諸先生方、事務の方々に、深く御礼申し上げます。

2015 年 9 月

三島 理